6

Primaria

Geometría

Edición Digital

Perú

GENIOMATIC

Cuaderno de actividades

Geometría & Álgebra 6

Primaria

Autor
Hernán Hernández Bautista

Copyright©Hernán Hernández

Primera edición 2021

Asesoría Académica
Mg. Liz Limaylle Guzmán

Diseño y Diagramación
Gino Moisés Samamé Lobatón

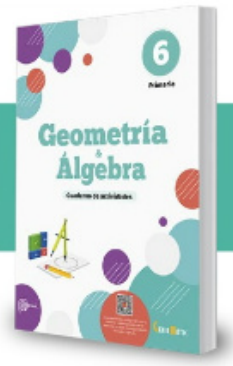
Editado por: GENIOMATIC E.I.R.L.
Jr. Flosferri N° 616, Urb. Inca Manco Cápac II Etapa,
San Juan de Lurigancho, Lima
Telf.: (01) 767 0437
geniomaticeirl@gmail.com
www.geniomatic.com

Primera edición: Enero 2021

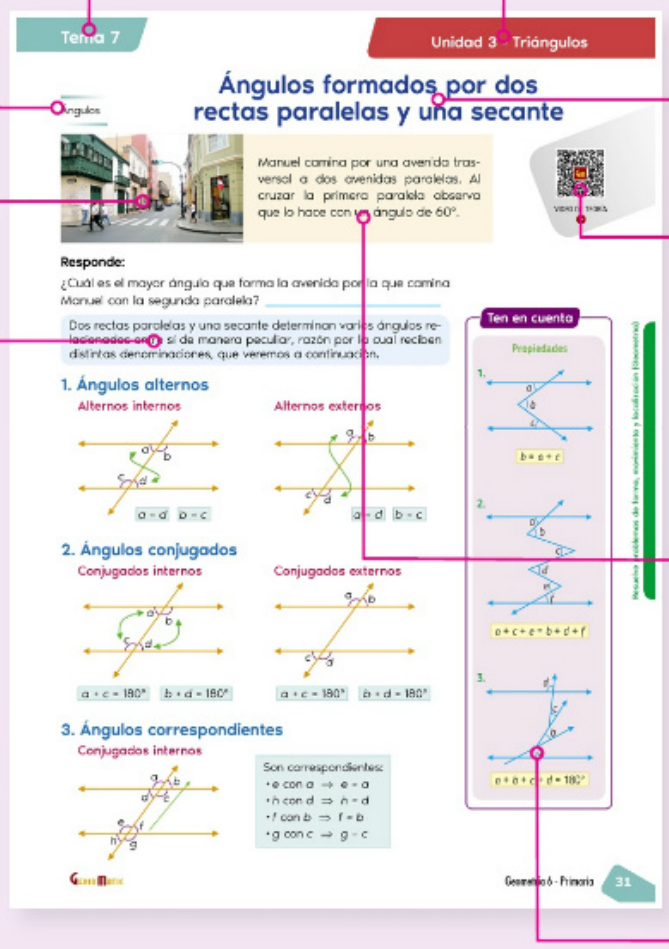
EDICIÓN DITITAL 2021

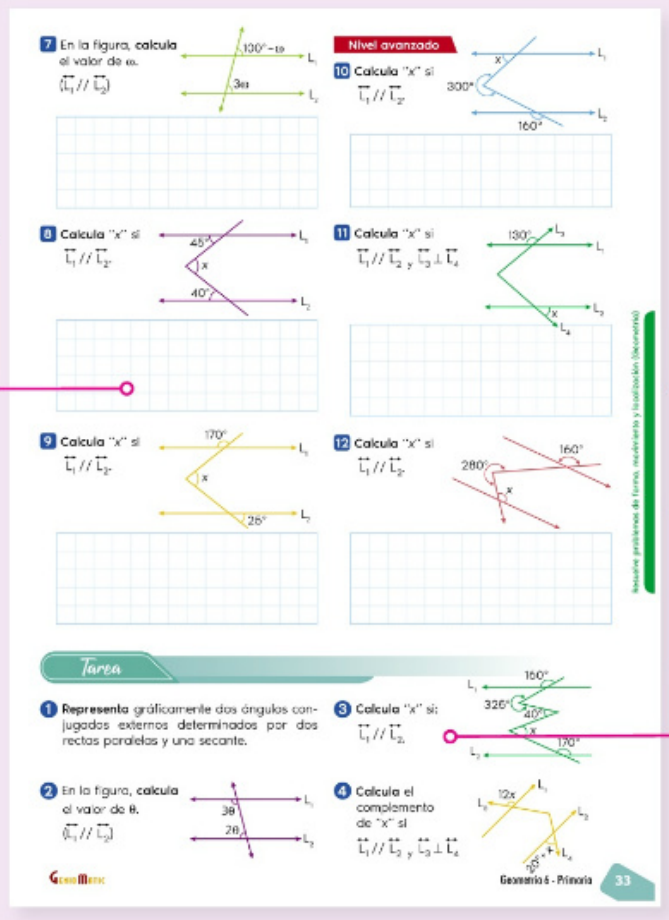
Obra producida por **GENIOMATIC E.I.R.L.**
Prohibida la reproducción total o parcial de este libro, por cualquier medio,
sin permiso escrito del autor.

Cómo está organizado tu cuaderno de actividades



CONTENIDO DE LA UNIDAD





Número del tema

Número y Título de la unidad

Título del tema

Conocimientos previos
Son los conocimientos previos que debes tener para abordar exitosamente el tema a tratar.

Uso del TIC: Código QR
Escaneando este código con tu teléfono celular podrás ver el video de la clase correspondiente al tema.

Imagen
Imagen que ilustra el contexto de la situación problemática inicial.

Conflicto cognitivo
Se formula una pregunta que explora los saberes previos y plantea un problema nuevo que deberás resolver con el desarrollo del tema.

Formalización
Contiene definiciones, conceptos y generalizaciones de los contenidos matemáticos.

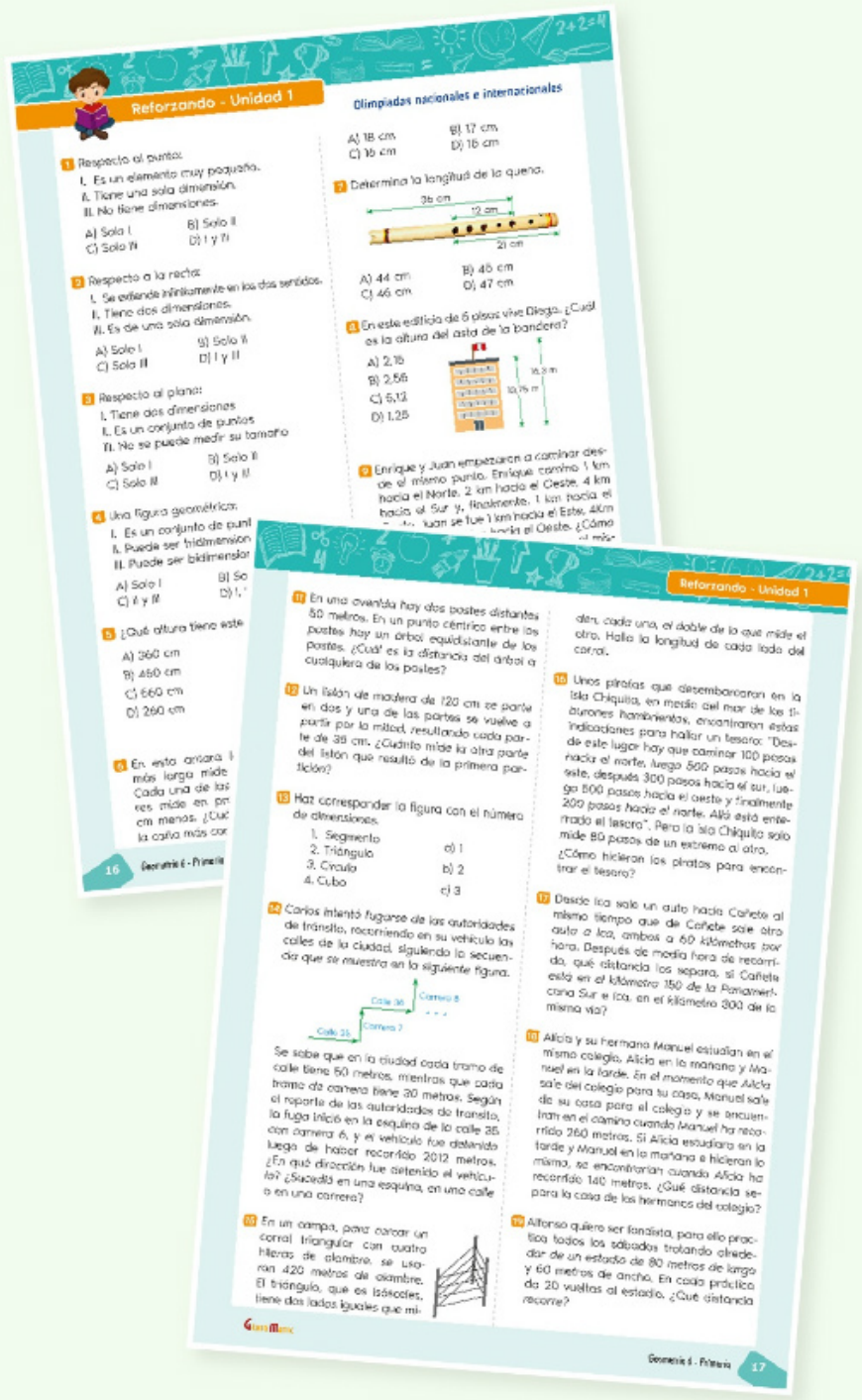
Información complementaria
Lecturas, notas, observaciones, historias y recursos tecnológicos que contribuyen a reforzar y recrear el tema.

Actividades
Bajo el enfoque de resolución de problemas, los conceptos matemáticos adquieren significado en la medida en que nos ayudan a resolver diversos problemas del entorno real.

Se formulan un conjunto de problemas de diferentes contextos organizados según la demanda cognitiva.

Actividades para la casa
Problemas que debes desarrollar individualmente en casa para fortalecer y acentuar las estrategias utilizadas.

REFORZANDO Y AUTOEVALUACIÓN



Reforzando la unidad

Luego de cada unidad se plantea un conjunto de problemas formulados en diversos concursos y olimpiadas nacionales e internacionales de matemáticas, que servirán para reforzar, complementar, profundizar y evaluar las capacidades desarrolladas durante el bimestre.

Son problemas variados de acuerdo a la demanda cognitiva, porque incluye diversas capacidades y competencias, así como de naturaleza intra y extra matemática.

Se ha enfatizado en formular preguntas y problemas contextualizados a fin de que el estudiante explore los conceptos matemáticos abstractos en situaciones reales.

Autoevaluación

La autoevaluación es una necesidad para conocer el avance del estudiante respecto a su proceso de aprendizaje.

Contiene un conjunto de 6 a 8 preguntas que invitan al estudiante a dar una mirada introspectiva de su aprendizaje en los contenidos, las capacidades desarrolladas y en contextos intra matemáticos y extra matemáticos.

Índice

	UNIDAD	ENFOQUE TRANSVERSAL	CONTENIDO TEMÁTICO	
I Bimestre	1 La línea	ENFOQUE AMBIENTAL Cuidemos el medio ambiente.	· Elementos básicos de la Geometría · La línea · Segmentos · Reforzando - Unidad 1 · Autoevaluación	6 9 12 16 18
	2 Ángulos	ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA Nos organizamos para trabajar en equipo y lograr mejores resultados.	· Ángulos: Medición y clasificación · Ángulos: Complementarios y suplementarios · Operaciones con ángulos · Reforzando - Unidad 2 · Autoevaluación	19 22 25 29 31
II Bimestre	3 Triángulos	ENFOQUE DE DERECHOS Respetamos las opiniones de los demás.	· Ángulos formados por rectas paralelas y una secante · Triángulos: Propiedades fundamentales · Clasificación de triángulos · Reforzando - Unidad 3 · Autoevaluación	32 35 38 41 43
	4 Polígonos	ENFOQUE DE DERECHOS Tenemos derecho a ser escuchados.	· Cuadriláteros: Propiedades fundamentales · Clasificación de los cuadriláteros · Polígonos · Reforzando - Unidad 4 · Autoevaluación	44 47 50 54 56
III Bimestre	5 La circunferencia	ENFOQUE DE IGUALDAD DE GÉNERO Valoramos el rol de la mujer en la sociedad.	· La circunferencia: Elementos asociados · Ángulos en la circunferencia · Unidades de longitud · Reforzando - Unidad 5 · Autoevaluación	57 60 64 67 69
	6 Áreas	ENFOQUE INTERCULTURAL Estamos orgullosos de nuestra identidad nacional.	· Unidades de superficie · Área de regiones triangulares · Área de regiones cuadrangulares · Reforzando - Unidad 6 · Autoevaluación	70 73 76 79 81
IV Bimestre	7 Sólidos geométricos	ENFOQUE DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD Tenemos derecho a la educación	· Área de regiones circulares · Unidades de volumen · Sólidos geométricos · Reforzando - Unidad 7 · Autoevaluación	82 85 88 91 93
	8 Transformaciones	ENFOQUE DE ORIENTACIÓN AL BIEN COMÚN Cuidamos los bienes de nuestro colegio.	· Sólidos de revolución · Plano cartesiano · Transformaciones rígidas. Simetrías · Reforzando - Unidad 8 · Autoevaluación	94 98 102 106 108

Figura geométrica

Elementos básicos de la geometría

Los objetos de nuestro entorno tienen formas muy diversas, sin embargo, usando las figuras geométricas, podemos dibujarlos o representarlos en el papel.

Este edificio de 137 metros de altura es un ejemplo de combinación de diversas formas geométricas llevadas a la realidad.

VIDEO DE TEORÍA

La geometría estudia las figuras geométricas. Con ellas podemos representar todo tipo de objetos, como la mesa, un edificio, una carretera, la configuración de la cordillera, etc.

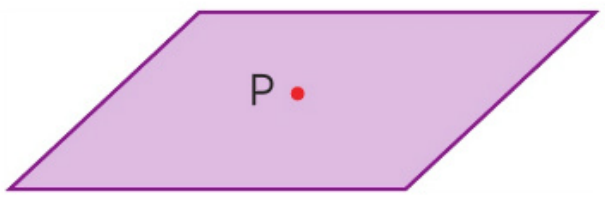
Para estudiar las figuras, la Geometría construye toda su estructura a partir del concepto de punto, que es el elemento fundamental de la geometría.

1. Elementos básicos de la Geometría

1.1. El punto

El punto es un elemento abstracto que sirve para representar objetos sin tener en cuenta su tamaño.

Con el punto podemos representar, por ejemplo el Sistema Solar en la Galaxia Vía Láctea, la ubicación de una población en el plano, etc.



Se lee: "Punto P"

1.2. La recta

La recta la podemos concebir como la figura que se forma por el desplazamiento del punto en una misma dirección e ilimitadamente en ambos sentidos. Una recta queda determinada por dos puntos. La recta se nombra con una letra o nombrando dos de sus puntos.

$\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$: Se lee "Recta L"

$\overleftrightarrow{AB}$: Se lee "Recta AB"

1.3. El plano

El plano lo podemos considerar como la figura que se forma por el desplazamiento de la recta en una determinada dirección. El plano se nombra con una letra mayúscula.

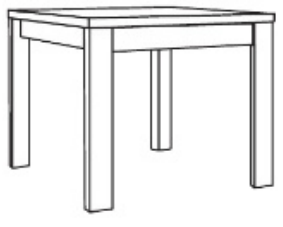
□P : Se lee "Plano P"

1.4. El espacio geométrico

El espacio geométrico es la abstracción del conjunto de todos los puntos del universo físico.

Para describir la forma de un objeto físico utilizamos las figuras geométricas: un conjunto de puntos del espacio geométrico con la misma forma del objeto. Son como mapas o imagenes de los objetos reales.

Objeto real



Abstracción

2. Figura geométrica

Es un conjunto no vacío de puntos. La figura geométrica puede ser adimensional (sin dimensión: el punto); unidimensional (1 dimensión), como la recta o el segmento; bidimensional (2 dimensiones), como el triángulo o el cuadrado; y tridimensionales (3 dimensiones), como el cubo o la esfera.

Figuras geométricas:

Adimensional	Unidimensionales	Bidimensionales	Tridimensionales
Punto ●	⟷	▲ ■	⬢ ●

Nivel básico

1 Los elementos geométricos son abstracciones de formas reales.

Menciona objetos reales que pueden ser representados por:

a) El punto _____

b) La recta _____

c) El plano _____

2 No es un elemento básico de la geometría:

A) El punto B) El plano C) La figura

3 **Menciona** y **dibuja** dos ejemplos de figuras bidimensionales.

4 **Menciona** y **dibuja** dos ejemplos de figuras tridimensionales.

5 Respecto a la recta podemos afirmar que:

I. Es unidimensional
II. Es bidimensional
III. Tiene una longitud

Nivel intermedio

6 **Califica** como verdadero (V) o falso (F) las siguientes proposiciones:

I. El punto es unidimensional ( )
II. La recta es bidimensional ( )
III. El plano es bidimensional ( )

7 **Califica** como verdadero (V) o falso (F) las siguientes proposiciones:

I. Toda figura tridimensional tiene volumen. ( )
II. Toda figura bidimensional tiene una superficie. ( )
III. Algunas figuras unidimensionales tienen una longitud. ( )

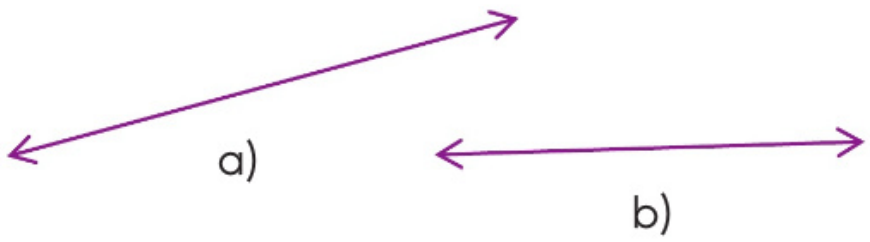
8 **Menciona** y **dibuja** dos objetos bidimensionales.

9 **Menciona** y **dibuja** dos objetos tridimensionales.

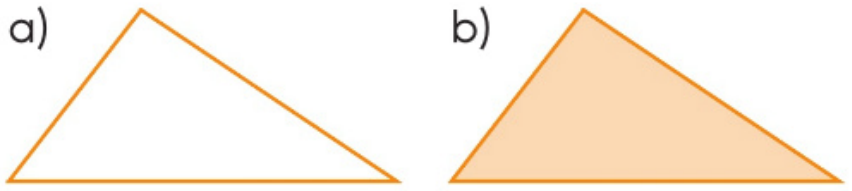
10 **Dibuja** una figura tridimensional que tenga superficie pero no volumen.

Nivel avanzado

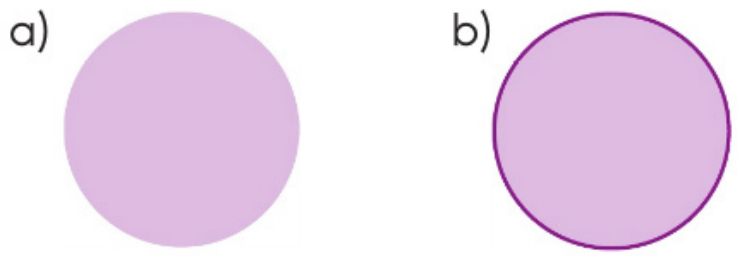
11 ¿Cuál de las rectas tiene mayor longitud?



12 **Describe** la diferencia entre estas figuras:



13 **Comenta** la diferencia entre estas dos figuras:



14 **Nombra** las dos figuras:

Tarea

1 **Dibuja** dos figuras bidimensionales.

2 **Dibuja** dos objetos bidimensionales.

3 ¿Cuál es la diferencia entre real y abstracto?

4 ¿Es posible construir una figura de madera como esta? **Argumenta** por qué.

La línea

Figura geométrica

Santos vive en Caracoto pero estudia en Puno. En su primera clase de Geometría, la profesora le ha pedido que dibuje la carretera por la que se desplaza a estudiar todos los días desde su casa.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Qué tipo de línea representa la carretera que debe dibujar Santos? _____

La línea es la figura geométrica que un punto origina al recorrer, en forma continua, una determinada trayectoria.

1. Clases de línea

a) Línea recta

b) Línea curva

c) Línea quebrada

d) Línea mixta

Resolviendo: (Problema introductorio)

Observemos el dibujo de Santos. La carretera está representada por la línea amarilla.

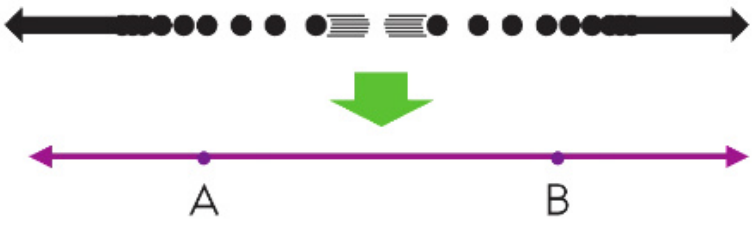
Si bien una carretera tiene ancho, a pequeña escala (que equivale a verla de muy lejos) la representamos con una línea. Se dice que el ancho de la carretera a pequeña escala es despreciable.

La carretera de Caracoto a Paucarcolla es recta, de allí a Puno es curva, por lo tanto toda la carretera es una línea mixta.

2. La línea recta

La recta la podemos concebir como la figura que se forma por el desplazamiento del punto en una misma dirección e ilimitadamente en ambos sentidos.

Si queremos dibujar una recta bastará ubicar dos puntos por donde ella pasa, lo cual quiere decir que una recta queda determinada por dos puntos. La trayectoria de la luz es un ejemplo real de la recta.

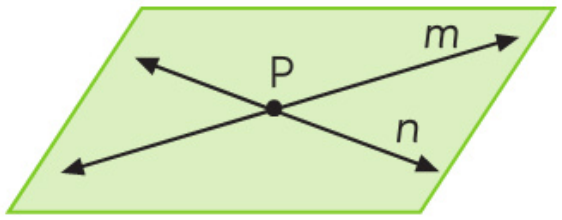


Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

2.1. Posiciones relativas de dos rectas en el plano

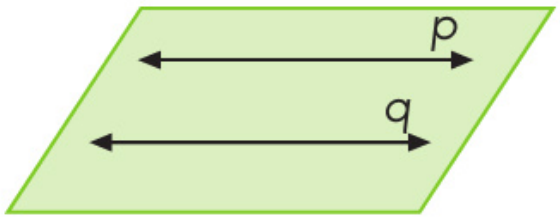
Dos rectas en el plano pueden ser secantes, si se intersecan en un punto, o paralelas, cuando no tienen puntos en común.

Rectas secantes



$\overleftrightarrow{m} \cap \overleftrightarrow{n} = P$

Rectas paralelas



$\overleftrightarrow{p} // \overleftrightarrow{q}$: p paralela a q

2.2. Partición de la recta

Un punto cualquiera divide a la recta en dos semirrectas.

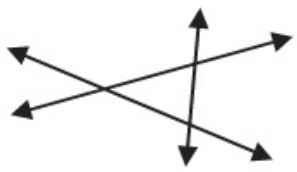
2.3. Número de puntos de corte entre rectas en el plano

Dos rectas en el plano a lo más se cortan en 1 punto.

N° puntos de corte: 1

Anterior de 2

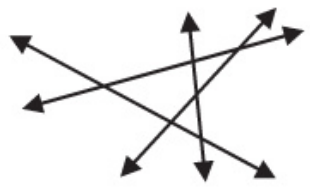
Tres rectas en el plano a lo más se cortan en 3 puntos.



1 + 2 = 3

Anterior de 3

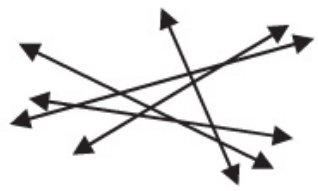
Cuatro rectas en el plano a lo más se cortan en 6 puntos.



1 + 2 + 3 = 6

Anterior de 4

Cinco rectas en el plano a lo más se cortan en 10 puntos.



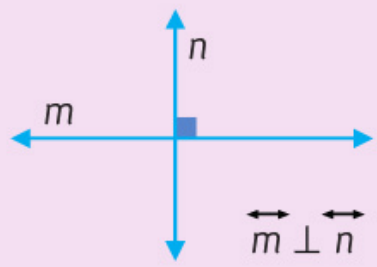
1 + 2 + 3 + 4 = 10

Anterior de 5

Ten en cuenta

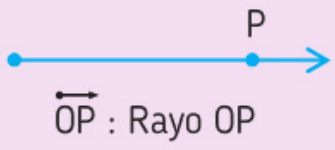
Rectas perpendiculares

Dos rectas son perpendiculares si se intersecan formando un ángulo recto.



Rayo

El rayo es una semirrecta que incluye el origen.



Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Nivel básico

1 **Dibuja** las 4 clases de líneas.

2 **Menciona** ejemplos reales de objetos que pueden ser representados por:

a) Una línea recta: _____

b) Por una línea curva: _____

c) Por una línea quebrada: _____

3 **Completa** las siguientes oraciones con referencia a rectas del mismo plano:

a) Dos rectas _____ se intersecan en un punto.

b) Dos rectas _____ no tienen puntos en común.

c) Dos rectas _____ se intersecan formando un ángulo recto.

4 Es falso que:

A) Dos rectas se intersequen en dos puntos.

B) Tres rectas se intersequen en dos puntos.

C) Una recta sea más larga que otra.

Genio Matic

5 Respecto a dos rectas en el plano, se puede afirmar que:

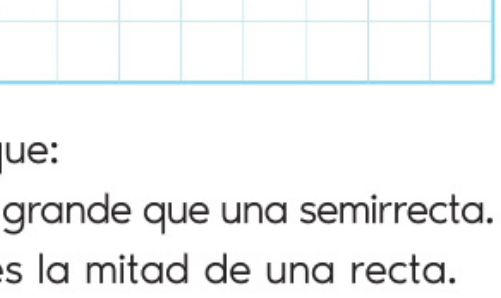
I. Son o bien secantes o bien paralelas.

II. A lo más se intersecan en un punto.

III. Siempre tienen algún punto de intersección.

Nivel intermedio

6 ¿Qué significan las líneas amarillas?



7 **Explica** el significado de las líneas amarillas.

8 Se puede afirmar que:

I. Una recta es más grande que una semirrecta.

II. Una semirrecta es la mitad de una recta.

III. El rayo tiene un punto más que la semirrecta.

9 Respecto a tres rectas en el plano se puede afirmar que:

I. Si dos de ellas son perpendiculares, la tercera es secante a las dos primeras.

II. Si solo dos de ellas son paralelas entonces la tercera es secante a las primeras.

III. Al menos hay un punto de intersección.

Nivel avanzado

10 **Determina** la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones:

I. Si un plano contiene una línea quebrada, cualquier recta del plano siempre la corta en algún punto. ( )

II. Si una recta corta a una línea curva en un punto, necesariamente la corta en otro punto. ( )

III. Dos rectas paralelas siempre cortan a cualquier línea del plano en igual número de puntos. ( )

11 Si en un plano hay 5 rectas y 4 puntos de intersección, entonces se puede deducir que:

I. 4 de las rectas son paralelas.

II. 3 de las rectas son secantes.

III. 2 de las rectas son paralelas.

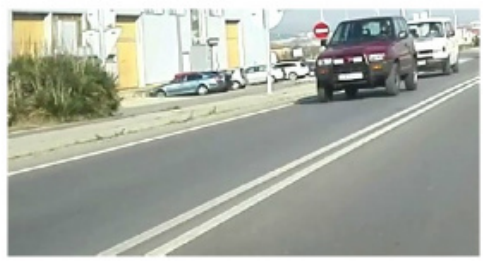
12 ¿Cuál es el máximo número de puntos de intersección de 10 rectas?

Tarea

1 **Dibuja** tres rectas en el plano, de modo que haya solo dos puntos de corte.

2 ¿Es posible dibujar 4 rectas en el plano, de modo que haya un solo punto de intersección?

3 ¿Qué significan las líneas blancas paralelas?



4 **Dibuja** 6 rectas en el plano de modo que haya exactamente 7 puntos de intersección.

La línea recta

Segmentos

En sus vacaciones, Iván viajó a Lima desde su ciudad natal Sullana – Piura. Cuando viajó de retorno le llamó la atención los hitos kilométricos a lo largo de la Panamericana Norte. Al llegar a Chimbote marcaba 430 km y entrando a Trujillo, 560 km.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿A cuántos kilómetros de Lima se encuentra Trujillo y qué distancia por carretera separa a Chimbote de Trujillo? _____

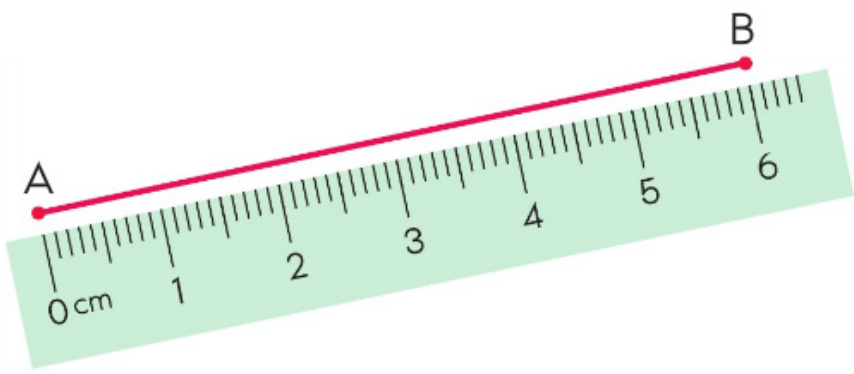
Un segmento de recta es el conjunto de puntos de la recta comprendido entre dos puntos denominados extremos del segmento.

$\overline{AB}$: Se lee "Segmento AB"

Medición de un segmento

La extensión de un segmento se denomina longitud, la cual se mide en unidades de longitud como el milímetro, centímetro, etc.

Se observa que la longitud del segmento AB mide 6 cm, lo cual se expresa de una de las dos formas:

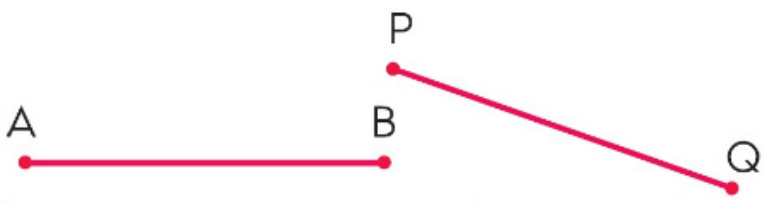


$m\overline{AB} = 6$ cm o $AB = 6$ cm

Congruencia de segmentos

Dos segmentos son congruentes si tienen la misma longitud.

Se denota por el símbolo "≅" que se lee "congruente a".



$AB \cong PQ \Leftrightarrow AB = PQ$

Punto medio de un segmento

Es un punto que divide al segmento en dos segmentos congruentes, o sea, en dos segmentos de igual longitud.

Si M es punto medio ⇒ AM = MB

Adición y sustracción de segmentos

Adición

AB + BC = AC

Sustracción

MP – MN = NP MP – NP = MN

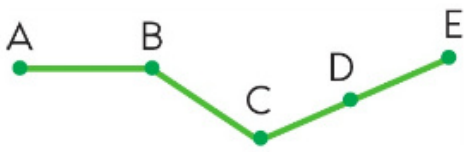
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Puntos colineales

Puntos ubicados en la misma recta.

Puntos consecutivos

Puntos seguidos uno de otro en orden.



Puntos colineales y consecutivos

Resolviendo: (Problema introductorio)

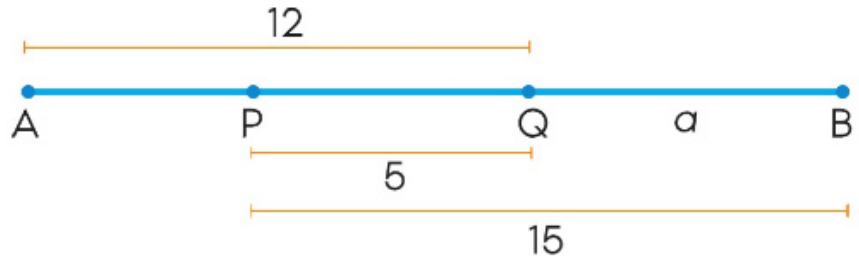
- Distancia Lima – Trujillo: 560 kilómetros
- Distancia Chimbote – Trujillo:

  560 – 430 = 130 kilómetros.

Ejemplo 1

Sobre el segmento AB se ubican los puntos P y Q, tal que AQ = 12 cm, PB = 15 cm y PQ = 5 cm. **Calcula** la longitud del segmento AB.

Resolviendo:



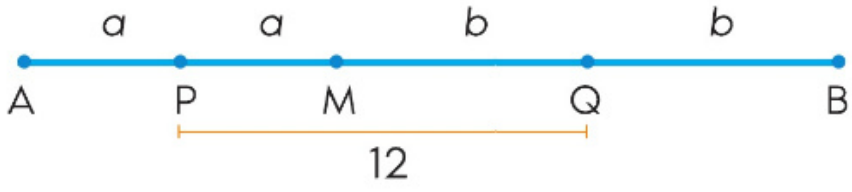
- $a = 15 - 5 = 10$
- $AB = 12 + a$

  $AB = 12 + 10 =$ 22 cm

Ejemplo 2

Sean los puntos colineales consecutivos A, P, M, Q y B. Si P y Q son los puntos medios de $\overline{AM}$ y $\overline{MB}$, respectivamente, y PQ = 12 cm, ¿cuánto mide el segmento AB?

Resolviendo:



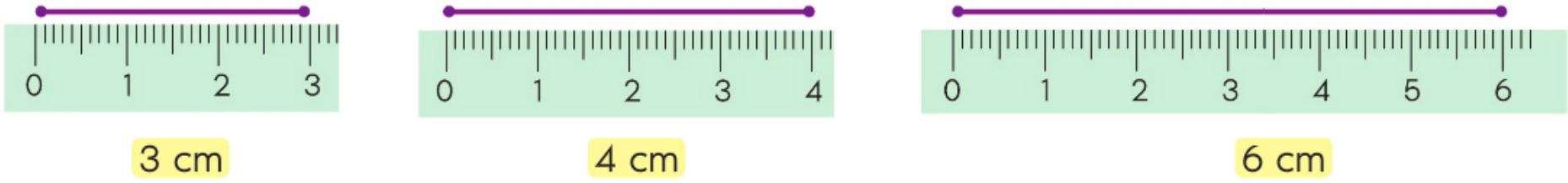
- $a + b = 12$
- $AB = a + a + b + b = \overbrace{a + b}^{12} + \overbrace{a + b}^{12}$

  AB = 24 cm

Ejemplo 3

Mide los segmentos e **indica** sus longitudes:

Resolviendo:



3 cm 4 cm 6 cm

Nivel básico

1 No es una característica de un segmento:

a) Conjunto de infinitos puntos.

b) Es bidimensional.

c) Tiene dos extremos.

2 Si M es punto medio del segmento AB, entonces:

I. AM = MB II. AB = 2(AM) III. AB > MB

3 **Dibuja** 3 segmentos consecutivos pero no colineales.

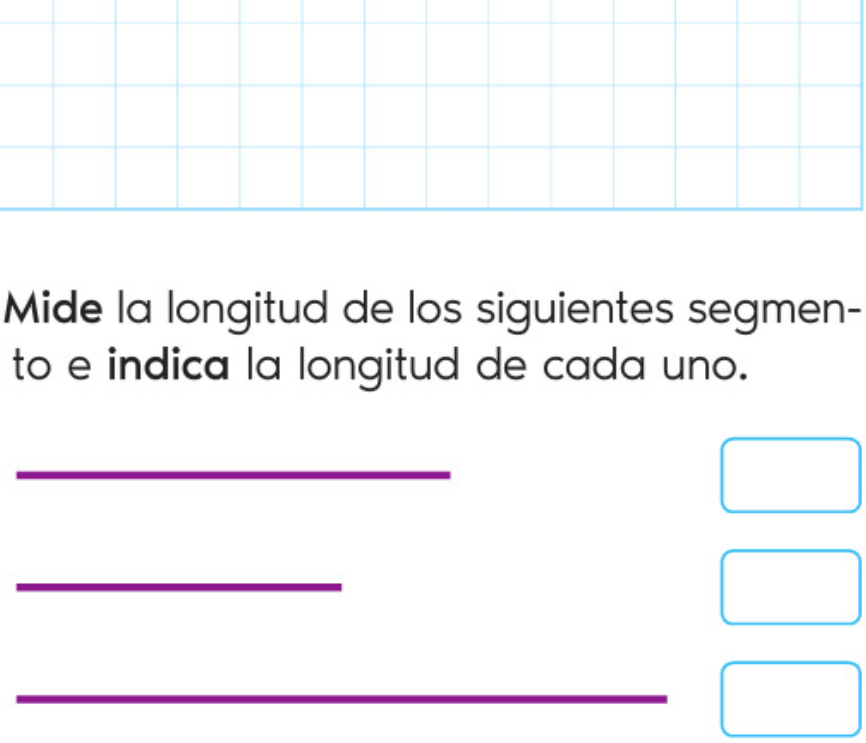
4 Si A, B y C son puntos colineales y consecutivos, señala lo correcto:

a) B es punto medio de $\overline{AC}$.

b) AC > BC

c) AB < BC

5 **Mide** la longitud de los siguientes segmento e **indica** la longitud de cada uno.



Nivel intermedio

6 En la figura, podemos afirmar que:

I. AB + BC + CD = AD

II. AC = AD – AB

III. BD = AC + BD – AB

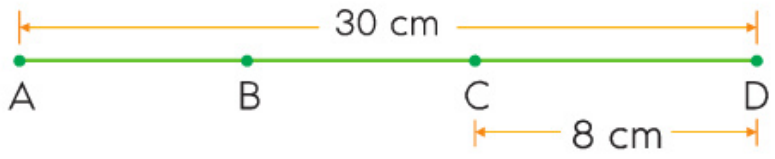
7 Si Chincha está en el kilómetro 200 de la Panamericana Sur, Ica en el kilómetro 300, Nasca en el kilómetro 450, entonces:

I. De Lima a Chincha es más lejos que de Chincha a Nasca.

II. De Ica a Chincha es más cerca que de Ica a Nasca.

III. De Lima a Ica es más cerca que de Chincha a Nasca.

8 En la figura, B es punto medio de $\overline{AC}$. **Calcula** AB.



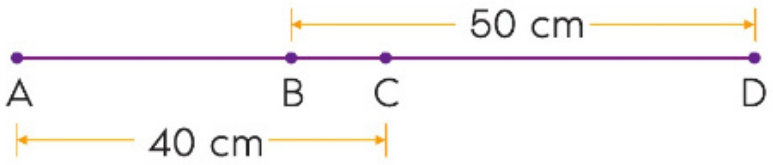
9 **Dibuja** los segmentos no colineales AB, BC y AC de 3 cm, 4 cm y 5 cm, respectivamente.

10 Se tienen los puntos consecutivos y colineales A, B, C y D, de modo que: AC = 8 cm; BD = 13 cm y AD = 18 cm. **Calcula** BC.

Genio Matic

Nivel avanzado

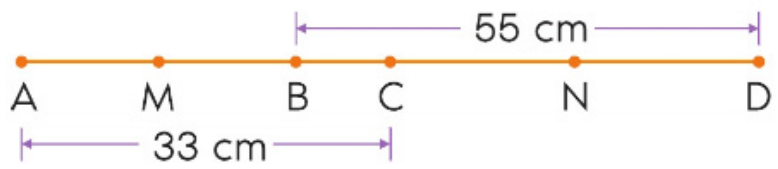
11 En la figura, AD = 5BC. **Calcula** BC.



12 En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B y C, tal que: AB – BC = 24 cm. **Calcula** BM, siendo M punto medio de $\overline{AC}$.

13 En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E, de tal manera que: AC + BD + CE = 120 y AE = 3BD. **Calcula** BD.

14 En la figura, M y N son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$, respectivamente. **Calcula** MN.



Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

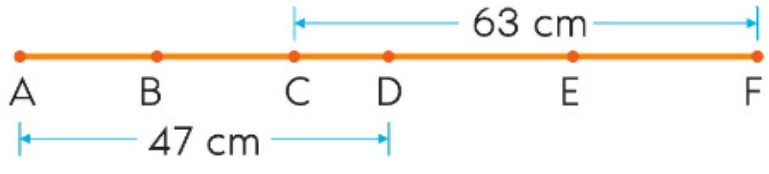
Tarea

1 En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D, tal que: AC = BD; BC = 12 cm y AD = 42 cm. **Calcula** AB.

2 En la figura, C es punto medio de BD y B es punto medio de AD. **Calcula** BC.

3 Se tienen los puntos colineales y consecutivos A, B y C, tal que: BC = 24 cm y 5AB = 2AC. **Calcula** AB.

4 En la figura, B y E son puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{DF}$, respectivamente. **Calcula** BE.



Reforzando - Unidad 1

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Respecto al punto:

I. Es un elemento muy pequeño.
II. Tiene una sola dimensión.
III. No tiene dimensiones.

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III D) I y III

2 Respecto a la recta:

I. Se extiende infinitamente en los dos sentidos.
II. Tiene dos dimensiones.
III. Es de una sola dimensión.

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III D) I y III

3 Respecto al plano:

I. Tiene dos dimensiones.
II. Es un conjunto de puntos.
III. No se puede medir su tamaño.

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III D) I, II y III

4 Una figura geométrica:

I. Es un conjunto de puntos.
II. Puede ser tridimensional.
III. Puede ser bidimensional.

A) Solo I B) Solo I y II
C) II y III D) I, II y III

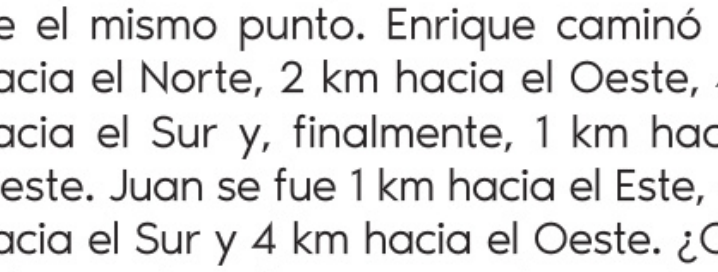
5 ¿Qué altura tiene este semáforo?

A) 360 cm
B) 450 cm
C) 560 cm
D) 260 cm

6 En esta antara la caña más larga mide 28 cm. Cada una de las anteriores mide en promedio 1 cm menos. ¿Cuánto mide la caña más corta?

A) 18 cm B) 17 cm
C) 16 cm D) 15 cm

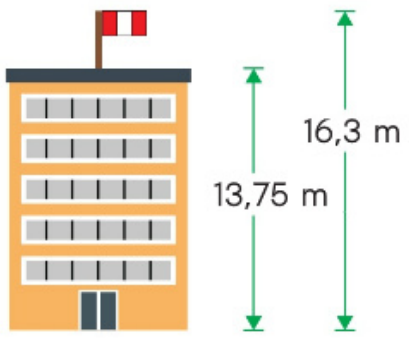
7 Determina la longitud de la quena.



A) 44 cm B) 45 cm
C) 46 cm D) 47 cm

8 En este edificio de 5 pisos vive Diego. ¿Cuál es la altura del asta de la bandera?

A) 2,15
B) 2,55
C) 5,12
D) 1,25

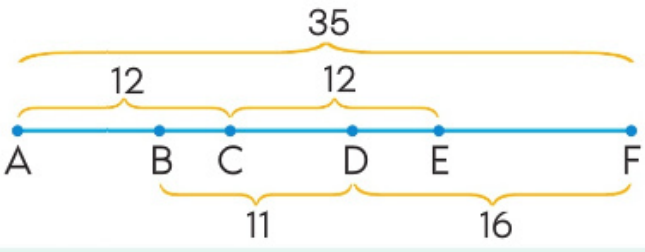


9 Enrique y Juan empezaron a caminar desde el mismo punto. Enrique caminó 1 km hacia el Norte, 2 km hacia el Oeste, 4 km hacia el Sur y, finalmente, 1 km hacia el Oeste. Juan se fue 1 km hacia el Este, 4 km hacia el Sur y 4 km hacia el Oeste. ¿Cómo debe caminar Juan para estar en el mismo punto que Enrique?

A) Ya está en el mismo punto
B) 1 km hacia el Norte
C) 1 km hacia el Noroeste
D) Mas de 1 km hacia el Noroeste
E) 1 km hacia el Oeste

10 Los puntos A, B, C, D, E y F, en ese orden, se encuentran en una línea recta. Si AF = 35 cm, AC = 12 cm, BD = 11 cm, CE = 12 cm y DF = 16 cm (ver la gura), ¿cuánto mide, en centímetros, el segmento AB?

A) 5 cm
B) 6 cm
C) 7 cm
D) 8 cm



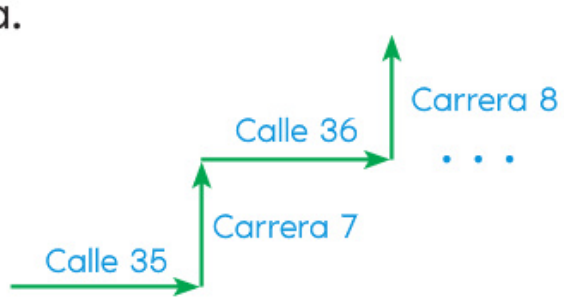
11 En una avenida hay dos postes que distan 50 m entre sí. En un punto céntrico entre los postes hay un árbol equidistante de los postes. ¿Cuál es la distancia del árbol a cualquiera de los postes?

12 Un listón de madera de 120 cm se parte en dos y una de las partes se vuelve a partir por la mitad, resultando cada parte de 35 cm. ¿Cuánto mide la otra parte del listón que resultó de la primera partición?

13 Haz corresponder la figura con el número de dimensiones.

1. Segmento	a) 1
2. Triángulo	b) 2
3. Círculo	c) 3
4. Cubo	

14 Carlos intentó fugarse de la policia de tránsito siguiendo en su vehículo la secuencia de calles que se muestra en la figura.



Se sabe que en la ciudad cada tramo de calle tiene 50 metros, mientras que cada tramo de carrera tiene 30 metros. Según el reporte de la policia, la fuga inició en la esquina de la calle 35 con carrera 6, y el vehículo fue detenido luego de haber recorrido 2012 metros. ¿Carlos fue detenido en una calle o en una carrera?

15 En un campo, para cercar un corral triangular con cuatro hileras de alambre, se usaron 420 metros de alambre. El triángulo, que es isósceles, tiene dos lados iguales que miden, cada uno, el doble de lo que mide el otro. Halla la longitud de cada lado del corral.

16 Unos piratas que desembarcaron en la isla Chiquita, en medio del mar de los tiburones hambrientos, encontraron estas indicaciones para hallar un tesoro: "Desde este lugar hay que caminar 100 pasos hacia el Norte, luego 500 pasos hacia el Este, después 300 pasos hacia el Sur, luego 500 pasos hacia el Oeste y finalmente 200 pasos hacia el Norte. Allá está enterrado el tesoro". Pero la isla Chiquita solo mide 80 pasos de un extremo al otro.

¿Cómo hicieron los piratas para encontrar el tesoro?

17 Desde Ica sale un auto hacia Cañete, al mismo tiempo que desde Cañete sale otro auto a Ica, ambos a 60 kilómetros por hora. Después de media hora de recorrido, ¿qué distancia los separa, si Cañete está en el kilómetro 150 de la Panamericana Sur e Ica, en el kilómetro 300 de la misma vía?

18 Alicia y su hermano Manuel estudian en el mismo colegio, Alicia en la mañana y Manuel en la tarde. En el momento en que Alicia sale del colegio para su casa, Manuel sale de su casa para el colegio y se encuentran en el camino cuando Manuel ha recorrido 260 metros. Si Alicia estudiara en la tarde y Manuel en la mañana e hicieran lo mismo, se encontrarían cuando Alicia ha recorrido 140 metros. ¿Qué distancia hay entre la casa de los hermanos y el colegio?

19 Alfonso quiere ser fondista, para lo cual practica todos los sábados trotando alrededor de un estadio de 80 metros de largo y 60 metros de ancho. En cada práctica da 20 vueltas al estadio. ¿Qué distancia recorre?

Autoevaluación

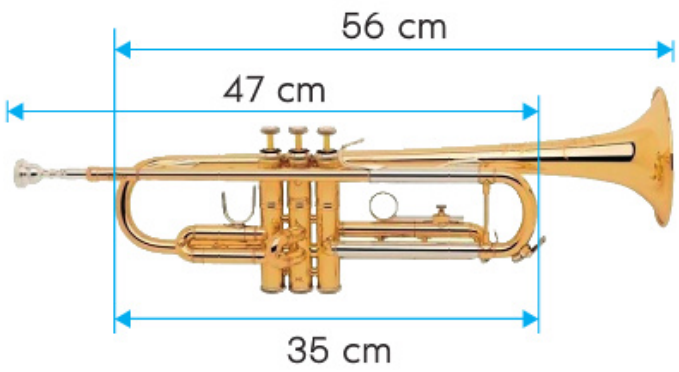
1 Respecto a dos rectas en el plano:

I. Siempre se cortan en un punto.
II. A lo más se cortan en un punto.
III. Es posible que no tengan algún punto en común.

¿Qué afirmaciones son correctas? Sustenta gráficamente tu respuesta.

2 Describe todas las figuras geométricas que puedes encontrar en esta imagen.

3 ¿Cuál es la longitud de la trompeta?



4 Sobre un plano se trazan 3 rectas y una circunferencia. ¿Cuántos puntos de intersección se forman como máximo?

5 En las alturas de la provincia de Lucanas, se ha cercado un terreno con mallas de alambre para la crianza de vicuñas. Las mallas están sostenidas por postes de eucalipto ubicados cada 8 metros. Si para el cerco se han utilizado 850 postes, ¿qué longitud de malla ha sido necesaria?

6 Federico sale de Lima hacia Barranca al mismo tiempo en que Lucila sale de Barranca hacia Lima. Luego de cruzarse en el camino se comunican por teléfono, y Federico dice que le faltan 60 kilómetros para llegar a Barranca mientras que Lucila le comunica que le faltan 80 kilómetros para llegar a Lima. ¿Qué distancia están separados en el momento de la comunicación, si Barranca está a 196 kilómetros de Lima?

Medición de ángulos

Clasificación de ángulos según la suma de sus medidas

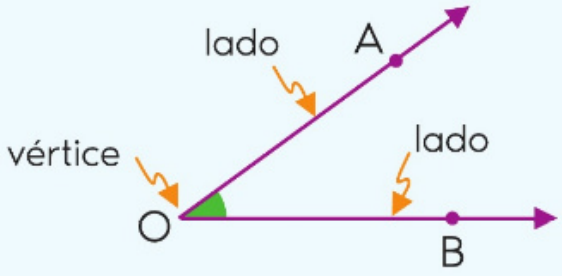
Para saber qué ángulo forman las alas del techo, Pedro mide con su transportador el ángulo de la fotografía del techo.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Qué ángulo forman las alas del techo? _____

El ángulo es una figura geométrica formada por dos rayos que tienen el mismo origen llamado vértice.



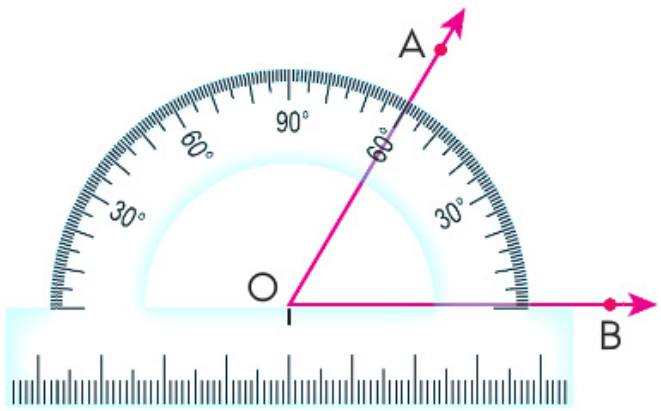
Notación	Se lee
∡AOB	ángulo AOB

Medida de un ángulo

La medida de un ángulo nos indica la amplitud de la abertura angular que forman los lados, y se mide con el transportador.

En la figura, el ángulo AOB mide 60°, lo cual se expresa:

$$m\measuredangle AOB = 60°.$$



Notación	Se lee
$m\measuredangle AOB$	Medida del ángulo AOB

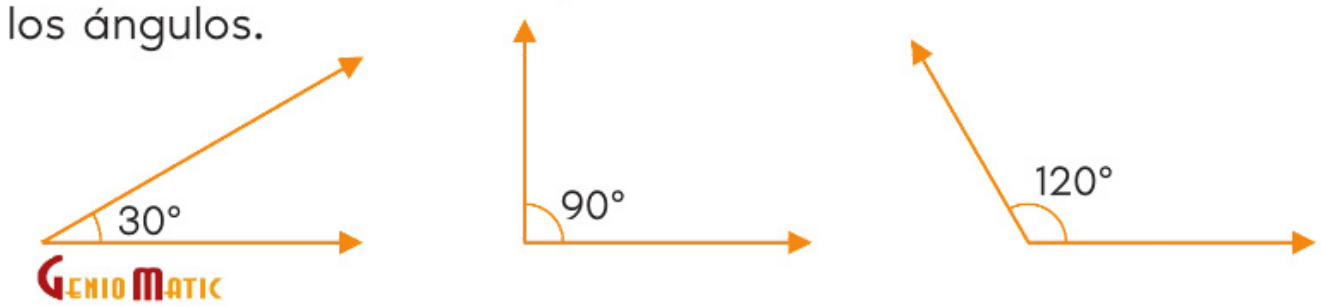
Resolviendo: (Problema introductorio)

A los 90° hay que sumarle 40°. En consecuencia, el ángulo que forman las dos alas del techo es: 90° + 40° = 130°.

Respuesta: 130°

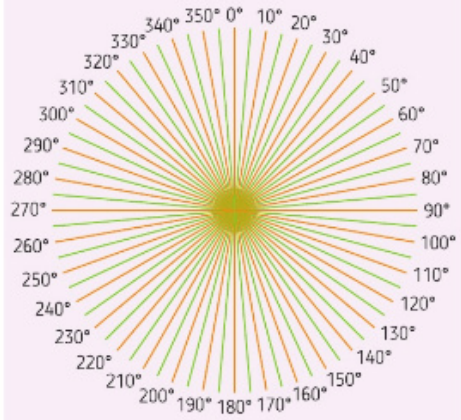
Ejemplo

Comprueba con un transportador la medida de cada uno de los ángulos.



Ten en cuenta

El sistema sexagesimal



El sistema sexagesimal de medición angular considera que toda la vuelta tiene 360°, o sea, divide a la circunferencia en 360 partes, donde cada parte se denomina 1 grado (1°) sexagesimal.

$$m\measuredangle 1 \text{ vuelta} = 360°$$

1°: Un grado tiene 60 minutos.

$$1° = 60'$$

1': Un minuto tiene 60 segundos.

$$1' = 60''$$

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Nivel básico

1 **Identifica** cuál de las siguientes características no corresponde a un ángulo:

A) Tiene un vértice.

B) Tiene una longitud.

C) Tiene dos lados.

2 **Menciona** dos ejemplos reales donde se pueden observar ángulos.

3 ¿A cuántos minutos equivalen dos grados?

4 **Califica** como verdadero (V) o falso (F) las siguientes igualdades:

I. $3° = 180'$ ( )

II. $2' = 120°$ ( )

III. $5' = 300''$ ( )

5 En cada casillero **escribe** el signo <, > o =, según corresponda:

I. $23°$ ☐ $22°\ 60'$

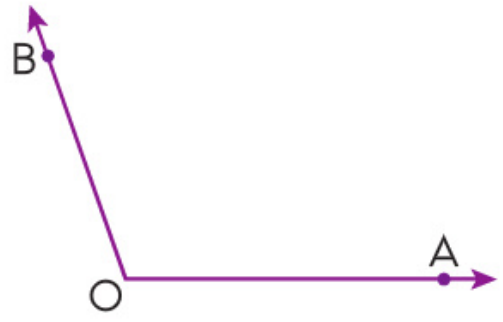
II. $6°$ ☐ $400'$

II. $20'$ ☐ $1000''$

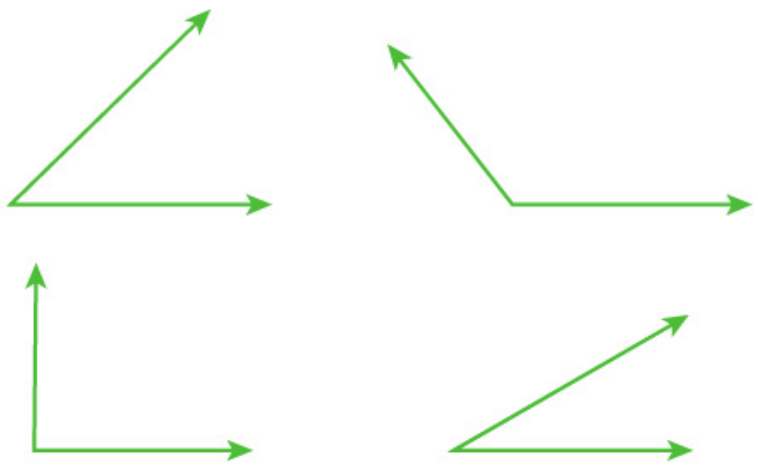
Nivel intermedio

6 **Dibuja** un ángulo de 45°.

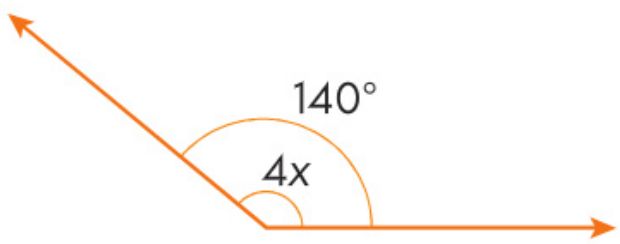
7 ¿Cuánto mide el ángulo mostrado?



8 **Mide** los ángulos y **ordénalos** en forma ascendente.



9 En la figura **calcula** el valor de x.

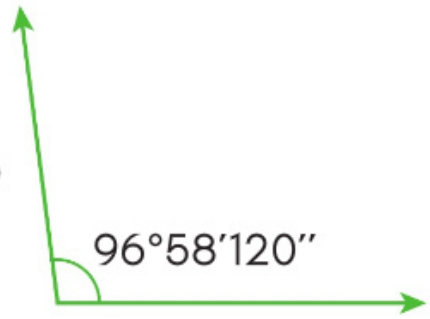


GENIO MATIC

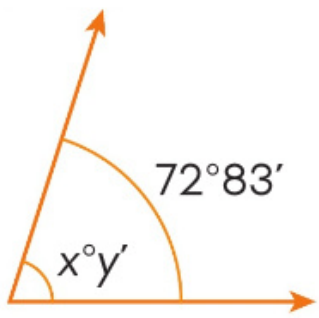
10 **Dibuja** un ángulo cuya medida esté comprendida entre 90° y 180°.

Nivel avanzado

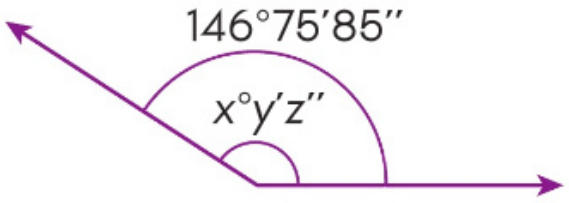
11 En la figura, **indica** la medida del ángulo en grados.



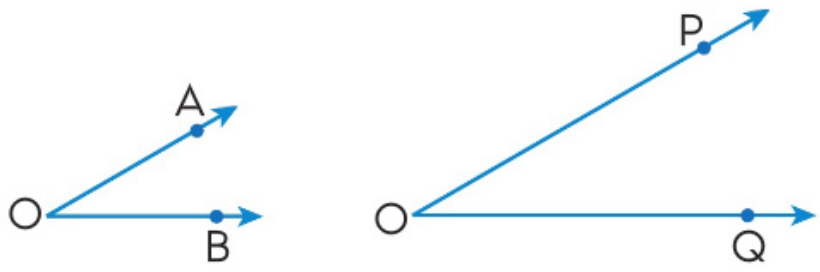
12 En la figura, **calcula** $(x - y)$.



13 En la figura, **calcula** $(x + y + z)$.



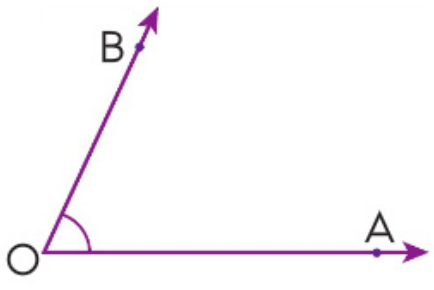
14 Claudia sostiene que el ángulo POQ es mayor que el ángulo AOB. ¿Tú qué opinas? Argumenta tu opinión.



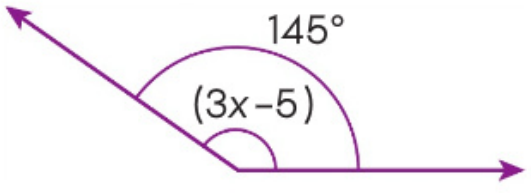
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Tarea

1 **Halla** la medida del ángulo mostrado.

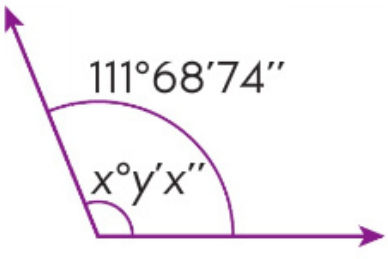


2 En la figura, **calcula** el valor de x.



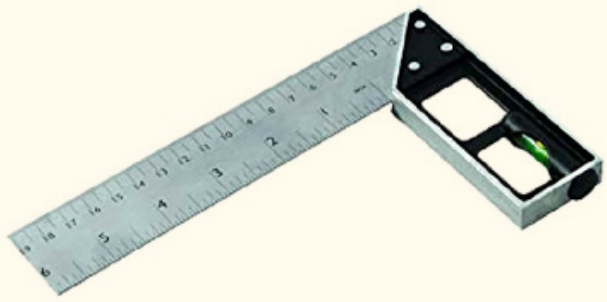
3 En la figura, **halla** la medida del ángulo en grados.

4 En la figura, **calcula** $(x - y + z)$.



Medición de ángulos

Ángulos complementarios y suplementarios



En la clase de Geometría, la profesora ha pedido a sus alumnos que investiguen en qué actividades se utiliza la escuadra.

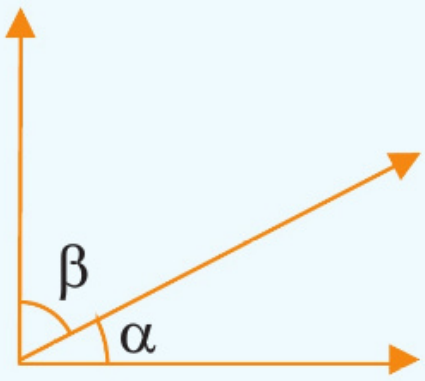
VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Qué características tienen la escuadra del carpintero y la del arquitecto?

Ángulos complementarios

Dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es 90°.

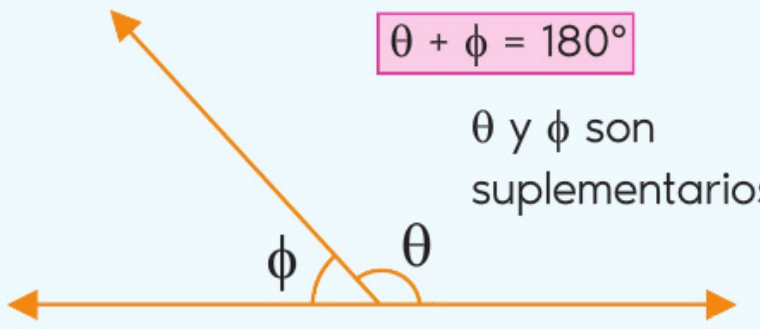


$\alpha + \beta = 90°$

α y β son complementarios.

Ángulos suplementarios

Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es 180°.



$\theta + \phi = 180°$

θ y ϕ son suplementarios.

Resolviendo: (Problema introductorio)

La escuadra es un instrumento utilizado para dibujar el ángulo recto o como plantilla o guía para asegurar que las esquinas de objetos tengan ángulo recto.

La escuadra es usada en diferentes actividades como la albañilería, la sastrería, la carpintería, etc.

Escuadra de sastre

Generalmente es de madera o plástico, complementado por bordes curvos, cóncavos y convexos.

Escuadra de arquitecto

Es de plástico o de fibra de vidrio. Una tiene forma triangular de 30° y 60° y la otra, de 45°.

Ejemplo 1

Llena las tablas:

Ángulo	20°	30°	45°	70°	80°	85°
Complemento						

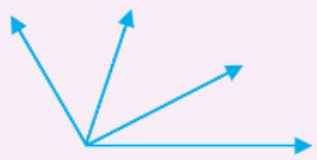
Ángulo	20°	120°	150°	175°	145°
Suplemento					

Ten en cuenta

Ángulos adyacentes

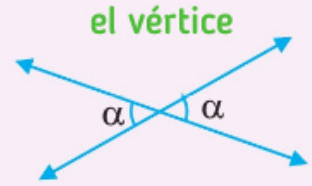
Tienen un lado en común.

Ángulos consecutivos



Tienen un vértice común.

Ángulos opuestos por el vértice



Tienen un vértice común, los lados de uno son los rayos opuestos a los lados del otro y tienen igual medida.

Ejemplo 2

¿Cuál es el complemento del complemento de 40°?

Resolviendo:

• Complemento de 40°:

$$C(40°) = 90° - 40° = 50°$$

• Complemento del complemento de 40°:
(50°)

$$CC(40°) = C(50°) = 90° - 50° = 40°$$

En general: $CC(\alpha) = \alpha$

Ejemplo 3

¿Cuál es el suplemento del suplemento de 100°?

Resolviendo:

• Suplemento de 100°:

$$S(100°) = 180° - 100° = 80°$$

• Suplemento del suplemento de 100
(80°)

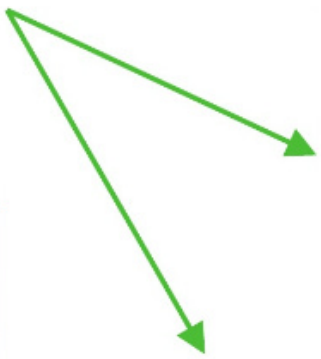
$$SS(100°) = S(80°) = 180° - 80° = 100°$$

En general: $SS(\alpha) = \alpha$

Nivel básico

1 **Dibuja** dos ángulos complementarios.

2 **Dibuja** el ángulo complementario del ángulo mostrado.



3 **Dibuja** el ángulo suplementario del ángulo mostrado.

4 Respecto a dos ángulos complementarios, podemos afirmar que:

I. Sus medidas suman 90°.
II. Siempre son diferentes.
III. Siempre son adyacentes.

5 Respecto a dos ángulos suplementarios podemos afirmar que:

I. Sus medidas suman 180°.
II. Si son diferentes, al menos uno de ellos es agudo.
III. Necesariamente los dos son obtusos.

Nivel intermedio

6 En cada recuadro **escribe** <, > o =, según corresponda: (C = complemento y S = suplemento)

a) C(70°) ☐ C(50°)

b) S(120°) ☐ S(150°)

c) S(130°) ☐ C(40°)

7 ¿Cuál de los siguientes ángulos no es igual a 50°?

I. Complemento del complemento de 50°.
II. Complemento del suplemento de 140°.
III. Suplemento del complemento de 40°.

8 Es un ángulo agudo:

I. El complemento del suplemento de 130°.
II. El suplemento del complemento de 40°.
III. El suplemento del complemento de 80°.

9 **Encuentra** un ángulo que es mayor que su complemento en 10°.

10 ¿Cuál es el ángulo cuyo complemento más su suplemento suman 170°?

Nivel avanzado

11 **Califica** las proposiciones como verdadera (V) o falsa (F), según corresponda.

a) El suplemento de un ángulo es siempre mayor que su complemento. ( )

b) Existe algún ángulo cuyo complemento es igual a su suplemento. ( )

c) Si un ángulo es mayor que su complemento, entonces es mayor que 45°. ( )

12 Son verdaderas las proposiciones:

I. El complemento de un ángulo siempre es menor que su suplemento.

II. El complemento del suplemento de un ángulo siempre es igual al suplemento del complemento del mismo.

III. El suplemento del complemento de un ángulo siempre es igual al complemento del suplemento del mismo.

13 **Califica** las proposiciones como verdadera(V) o falsa (F), según corresponda.

a) La suma del complemento y el suplemento de un ángulo agudo es siempre mayor que 90°. ( )

b) La diferencia del suplemento y el complemento de un ángulo agudo es 90°. ( )

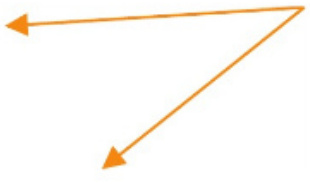
c) El complemento de un ángulo de medida impar es siempre impar. ( )

14 ¿Cuál es el ángulo igual al doble de su suplemento?

Tarea

1 **Dibuja** dos ángulos suplementarios.

2 **Dibuja** el ángulo suplementario al mostrado.



3 **Dibuja** el complemento del suplemento del ángulo mostrado.

4 **Halla** el suplemento del ángulo cuyo suplemento es igual al triple de su complemento.

GENIOMATIC

Medición de ángulos

Operaciones con ángulos

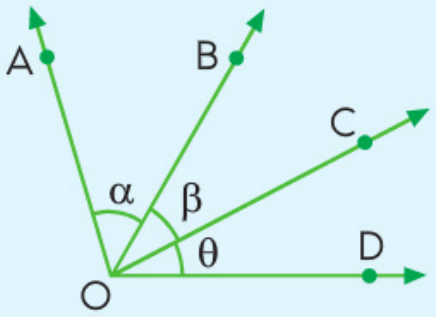
El topógrafo William está haciendo un levantamiento topográfico por triangulación. Estando en el vértice O, ubica un punto A exactamente al norte. Con vista atrás en este punto ubica el punto B a 46° y el punto C, a 87°.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuánto mide el ángulo BOC? _____

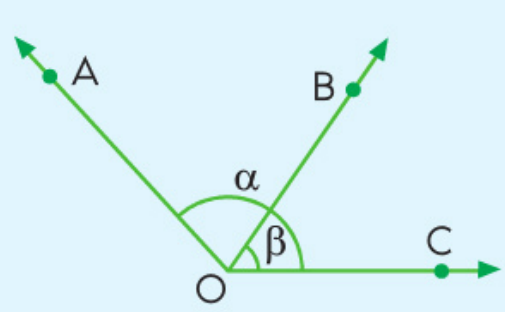
Adición de ángulos



$\measuredangle AOB + \measuredangle BOC + \measuredangle COD = \measuredangle AOD$

$m\measuredangle AOD = \alpha + \beta + \theta$

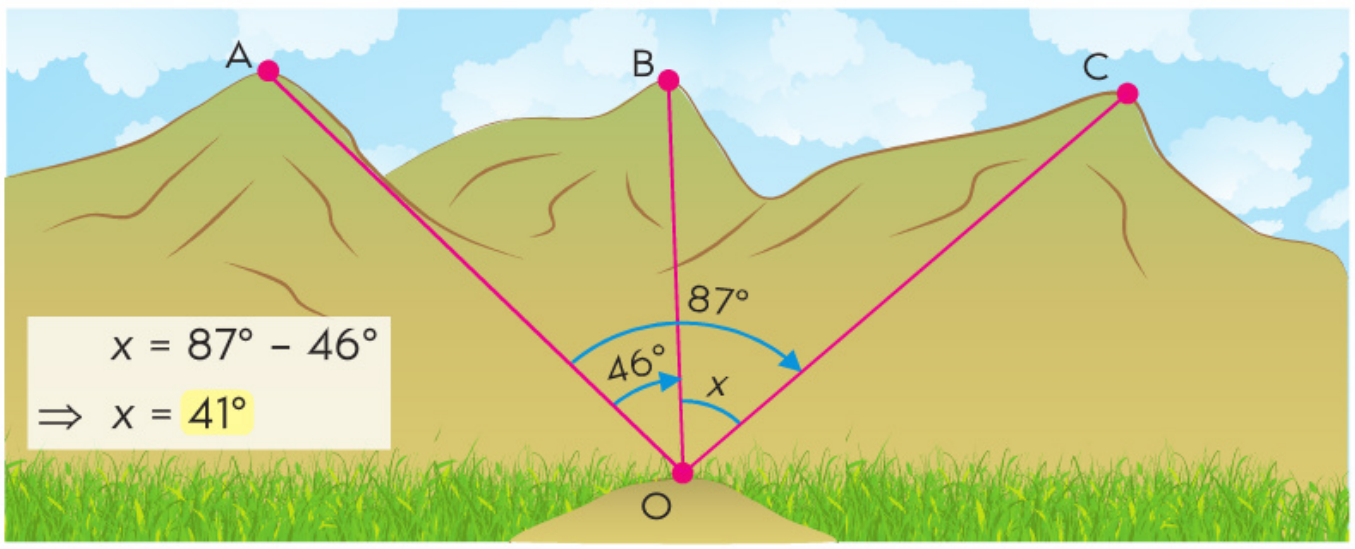
Sustracción de ángulos



$\measuredangle AOB = \measuredangle AOC - \measuredangle BOC$

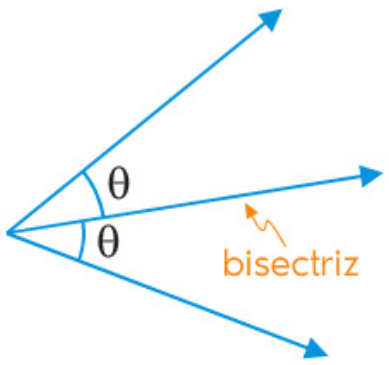
$m\measuredangle AOB = \alpha - \beta$

Resolviendo: (Problema introductorio)



Bisectriz de un ángulo

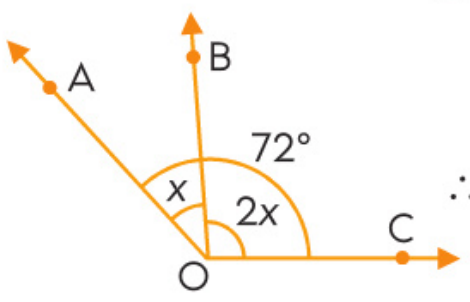
La bisectriz de un ángulo es el rayo que divide el ángulo en dos ángulos parciales de igual medida.



Ejemplo 1

Sean los ángulos consecutivos AOB y BOC. El ángulo AOC mide 72° y el ángulo BOC el doble del ángulo AOB. ¿Cuánto mide el ángulo BOC?

Resolviendo:



$2x + x = 72°$

$3x = 72°$

$x = 24°$

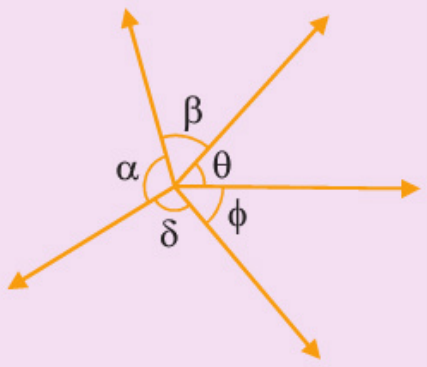
$\therefore\ 2x = 48°$

Ten en cuenta

Ángulos a un lado de la recta

$\alpha + \beta + \theta = 180°$

Ángulos alrededor de un punto



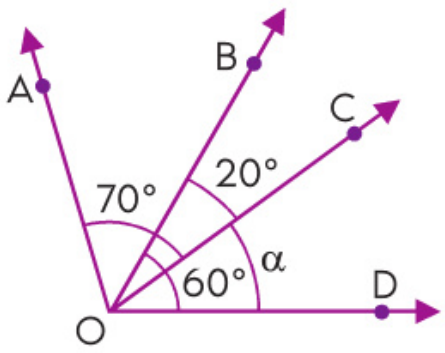
$\alpha + \beta + \theta + \phi + \delta = 360°$

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Ejemplo 2

Dados los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tales que m∡AOC = 70°, m∡BOD = 60° y m∡BOC = 20°, ¿cuánto mide el ángulo AOD?

Resolviendo:

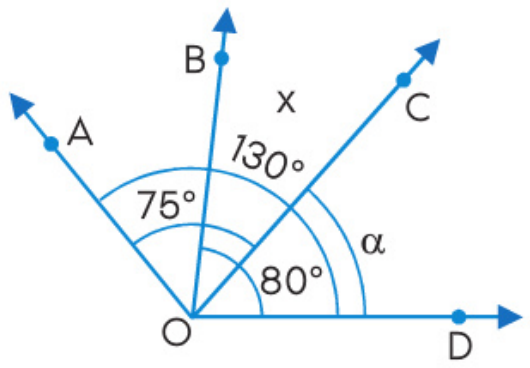


- $\alpha = 60° - 20°$
  $\alpha = 40°$
- $m\angle AOD = 70° + \alpha$
  $m\angle AOD = 70° + 40°$
  $m\angle AOD = 110°$

Ejemplo 3

Dados los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tales que m∡AOD = 130°, m∡AOC = 75° y m∡BOD = 80°, ¿cuánto mide el ángulo BOC?

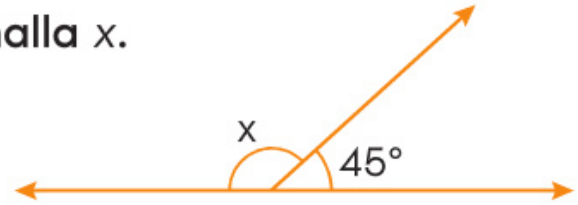
Resolviendo:



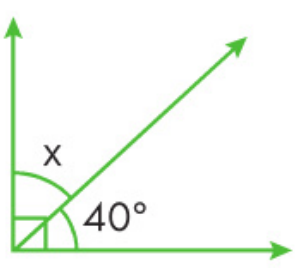
- $\alpha = 130° - 75°$
  $\alpha = 55°$
- $x = 80° - \alpha$
  $x = 80° - 55°$
  $x = 25°$

Nivel básico

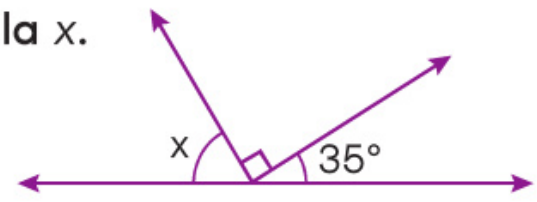
1 En la figura, **halla** *x*.



2 En la figura, **halla** *x*.



3 En la figura, **halla** *x*.



4 Los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD miden, 28°, 42° y 50°, respectivamente. ¿Cuánto mide el ángulo AOD?

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

5 Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD. Si los ángulos AOB, BOC y AOD miden 40°; 35° y 100°, respectivamente, ¿cuánto mide el ángulo COD?

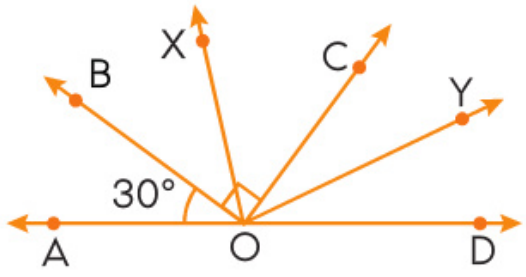
Nivel intermedio

6 Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, de tal manera que:

$m\angle AOC = m\angle BOD = 80°$ y $m\angle AOD = 130°$.

Calcula $m\angle BOC$.

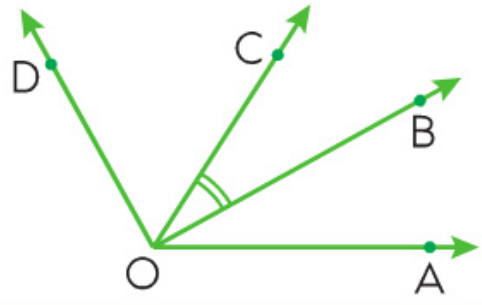
7 En la figura, los rayos OX y OY son bisectrices de los ángulos BOC y COD, respectivamente. **Halla** la medida del ángulo XOY.



8 Los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD son tales que los rayos OB y OC son bisectrices de los ángulos AOC y AOD, respectivamente. **Calcula** $m\angle AOB$, si $m\angle AOD = 120°$.

9 Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que $m\angle AOB = 48°$, $m\angle BOC = 56°$ y $m\angle COD = 66°$. **Calcula** la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD.

10 En la figura, $\overrightarrow{OC}$ es bisectriz del ángulo AOD y $m\angle BOD - m\angle AOB = 46°$. **Calcula** $m\angle BOC$.

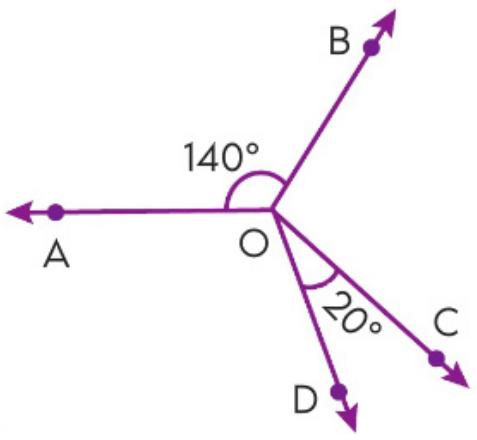


Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

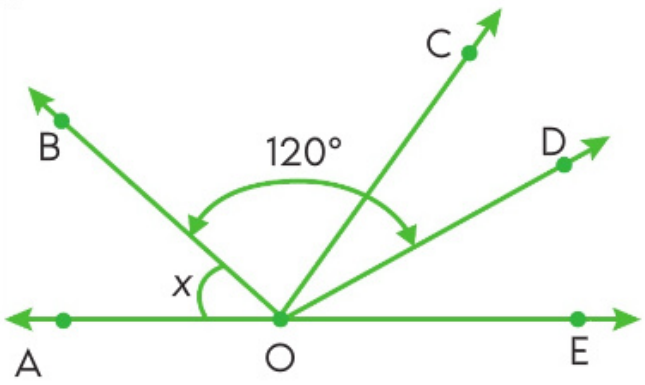
Nivel avanzado

11 Dados los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tales que: m∡AOC = 72° y m∡BOD = 64°, **calcula** m∡BOC, si el ángulo AOD es recto.

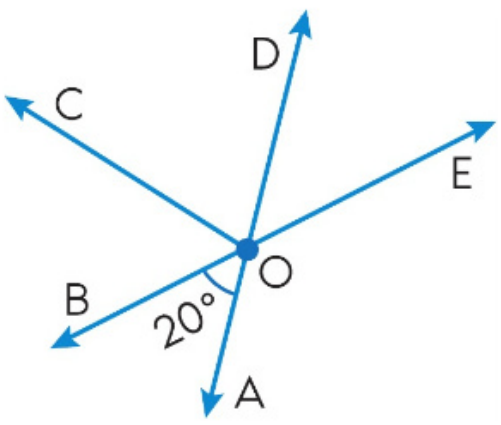
12 Del gráfico, **calcula** la m∡AOD si el rayo opuesto de OA es bisectriz de ∡BOC.



13 $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{OC}$. **Halla** "x" si $\overrightarrow{OD}$ es bisectriz del ∡COE.



14 Si $\overrightarrow{OC}$ es bisectriz del ∡BOD, **halla** el ángulo formado por la bisectriz del ∡DOE y el lado OC.



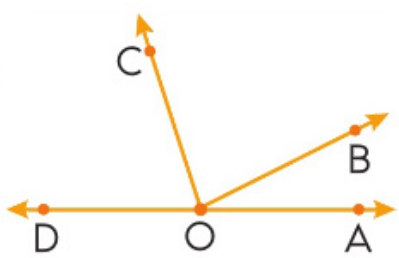
Tarea

1 **Calcula** la medida del ángulo formado por las bisectrices de dos ángulos suplementarios.

2 Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, de modo que el rayo OB es la bisectriz del ángulo AOD y m∡AOC = m∡COD + 36°. **Calcula** m∡BOC.

3 **Dibuja** cinco ángulos consecutivos dispuestos hacia un lado de una recta.

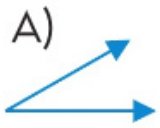
4 Del gráfico, **calcula:** m∡COD – m∡AOB, si: m∡BOC = 2m∡AOB y m∡COD = 3m∡AOB

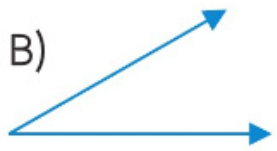


GENIOMATIC

Reforzando - Unidad 2

1 ¿Cuál de los ángulos tiene mayor medida?

A) 

B) 

C)

D) Los tres tienen igual medida.

2 Califica como verdadera (V) o falsa (F) las siguientes igualdades:

I. $2° = 120'$ ( )

II. $3' = 180°$ ( )

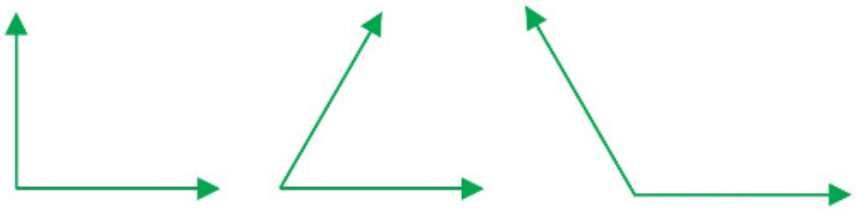
III. $4' = 240''$ ( )

A) VVV B) VVF C) VFF D) VFV

3 ¿Cuánto resulta si dividimos 2° entre 40'?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

4 Mide con un transportador los siguientes ángulos. Indica la media de las tres medidas.



A) 80° B) 90° C) 95° D) 75°

5 En cada casillero escribe el signo <, > o =, según corresponda:

I. $22°$ ☐ $20°\ 120'$

II. $7°$ ☐ $450'$

III. $30'$ ☐ $1500''$

A) =; <; < B) =; >; < C) =; <; > D) =; >; >

6 Un ángulo mide 47°. ¿Cuántos grados puede aumentar como máximo, sin dejar de ser agudo?

A) 45° B) 44° C) 43° D) 42°

7 Un ángulo mide $49°\ 72'$. ¿Qué ángulo forma la bisectriz del ángulo con uno de los lados?

A) $24°\ 36'$ B) $25°\ 6'$

C) $25°\ 12'$ D) $24°\ 12'$

Olimpiadas nacionales e internacionales

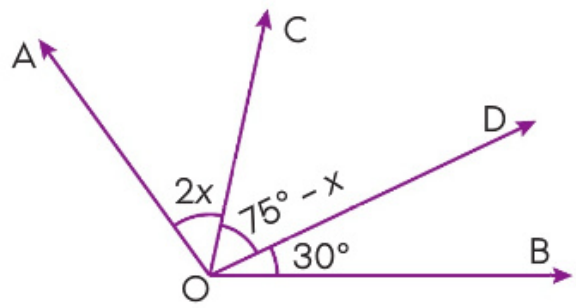
8 Si OC es bisectriz del ángulo AOB, calcule la medida del ángulo AOB.

A) 130°

B) 120°

C) 150°

D) 140°

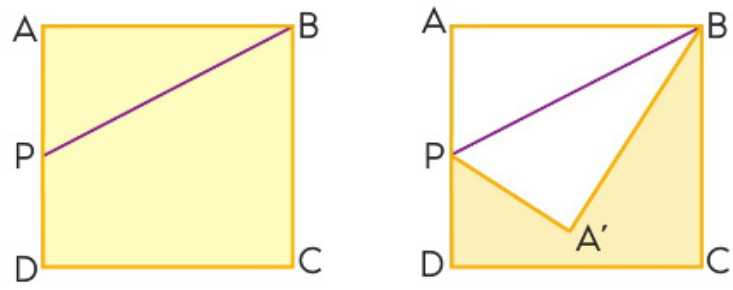


9 Una escalera de madera está arrimada a una pared, de modo que su pie forma 35° con el piso horizontal. Se acerca la escalera a la pared, de modo que el ángulo de inclinación resulta 67°. ¿En cuántos grados aumentó la inclinación?

A) 32° B) 35° C) 23° D) 33°

ENUNCIADO 1

Una hoja de papel rectangular ABCD se dobla por la línea PB, tal como se muestra en la figura.



10 Si el ángulo DPA' mide 36°, ¿cuánto mide el ángulo APB?

A) 26° B) 70° C) 72° D) 29°

11 Se puede afirmar que:

I. Los ángulos APB, BPA' y DPA' tienen la misma medida.

II. $\overline{PB}$ es bisectriz del ángulo APA'.

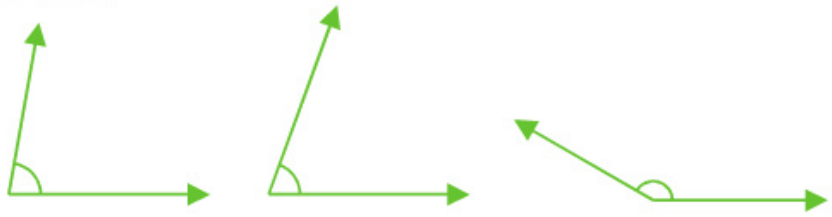
III. El ángulo PBA' es complemento del ángulo APB.

A) Solo I B) Solo II C) II y III D) I, II y III

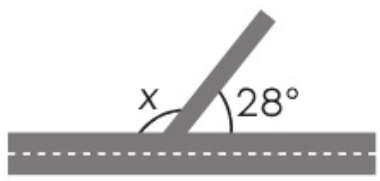
12 El complemento de un ángulo mide 43°. ¿Cuánto mide el suplemento del complemento de este ángulo?

A) 137° B) 133° C) 43° D) 47°

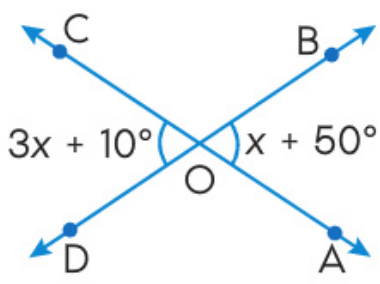
13 Mide con un transportador los siguientes ángulos. Indica la media de las tres medidas.



14 Desde una pista de doble vía sale otra pista de una sola vía que con la anterior forma 28°. ¿Cuál es el valor de x?



15 En la figura, ¿cuánto mide el ángulo COB?

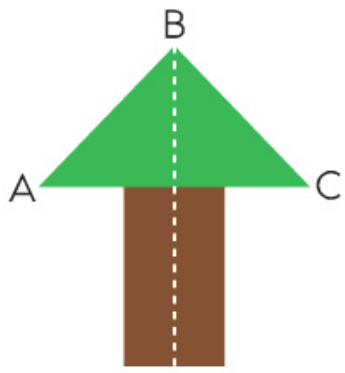


16 ¿Cuánto mide el ángulo que es el doble del complemento de 46° 32'?

17 ¿Cuánto mide el ángulo que es la mitad del suplemento de 72° 36?

18 Dos ángulos son complementarios y consecutivos. ¿Qué ángulo forman sus bisectrices?

19 Si el ángulo ABC mide 88°, ¿qué ángulo forma la línea blanca discontinua con el lado BC?

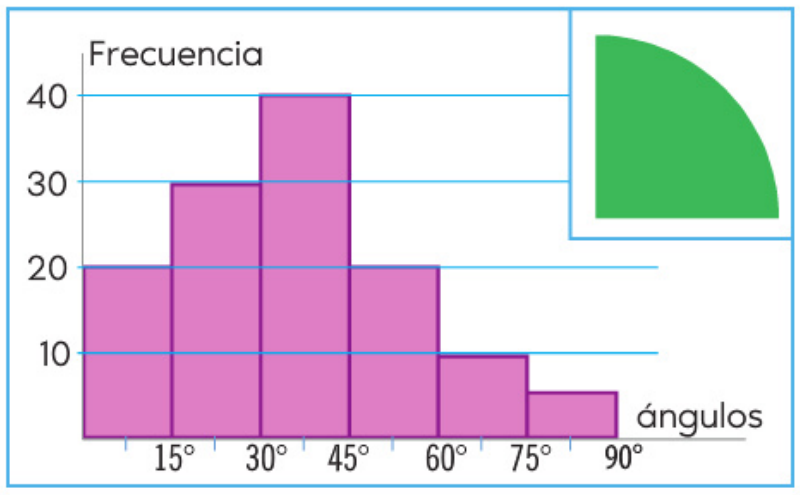


20 ¿Cuál es el ángulo que mide 24° más que su complemento?

21 ¿Cuál es el ángulo que mide 24° más que su suplemento?

ENUNCIADO 2

Desde el vértice de un cuadrante se traza arbitrariamente una línea que pasa por su interior y se mide el ángulo que forma con el lado horizontal. Se repite este proceso reiteradas veces y se ha elaborado el histograma de frecuencias de los ángulos medidos.



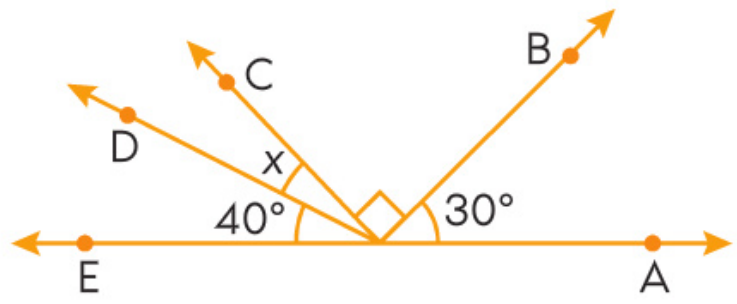
22 ¿Cuántas líneas forman ángulos entre 30° y 45°?

23 ¿Cuántos ángulos se forman entre 15° y 60°.

24 ¿Cuántos ángulos resultaron menores que 45°?

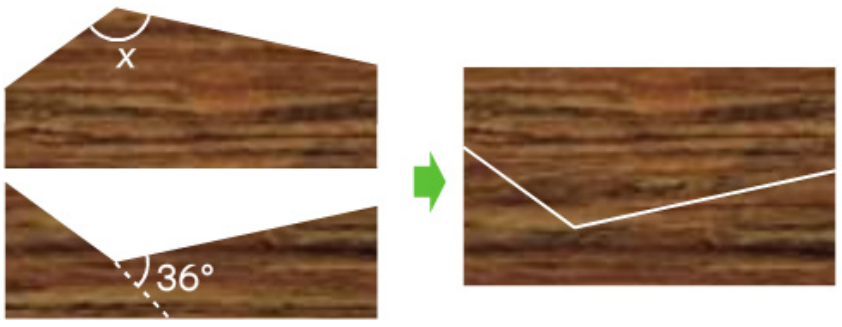
25 ¿Cuántos ángulos miden más de 45°?

26 En el gráfico, ¿cuál es el valor de x?



27 Si el complemento de un ángulo es igual al suplemento de otro, demuestra gráficamente que la diferencia de los ángulos es 90°.

28 Estas dos piezas encajan exactamente y forman una tabla rectangular. ¿Cuánto mide el ángulo x?

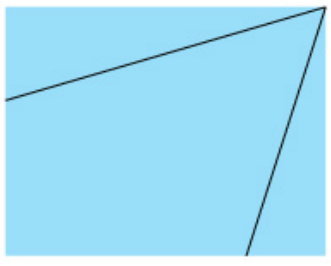


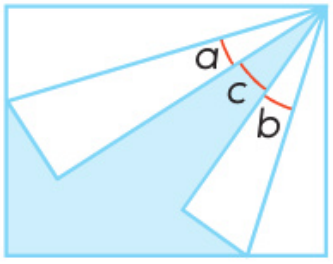
Autoevaluación

1 Dibuja un ángulo de 35°, otro de 40° y un tercer ángulo de 150°.

2 ¿Cuál es el ángulo que mide 20° más que su complemento?

3 Por un vértice se dobla un papel rectangular por ambos lados, tal como se muestra en la figura. Si los ángulos *a* y *b* miden 15° y 12°, respectivamente, ¿cuánto mide el ángulo *c*?





4 El complemento del ángulo A mide 28° y el suplemento del ángulo B mide 72°. ¿Cuál es la diferencia de estos dos ángulos?

5 Los ángulos A y B son suplementarios y consecutivos. Demuestra que sus bisectrices forman un ángulo recto.

6 Si el complemento de un ángulo y el suplemento de otro son complementarios, demuestra gráficamente que los ángulos son suplementarios.

Ángulos

Ángulos formados por dos rectas paralelas y una secante

Manuel camina por una avenida transversal a dos avenidas paralelas. Al cruzar la primera paralela observa que lo hace con un ángulo de 60°.

VIDEO DE TEORÍA

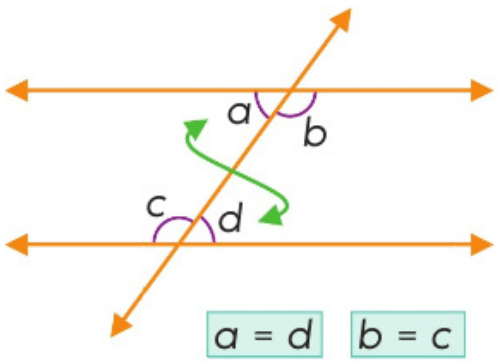
Responde:

¿Cuál es el mayor ángulo que forma la avenida por la que camina Manuel con la segunda paralela? _____

Dos rectas paralelas y una secante determinan varios ángulos relacionados entre sí de manera peculiar, razón por la cual reciben denominaciones especiales, que veremos a continuación.

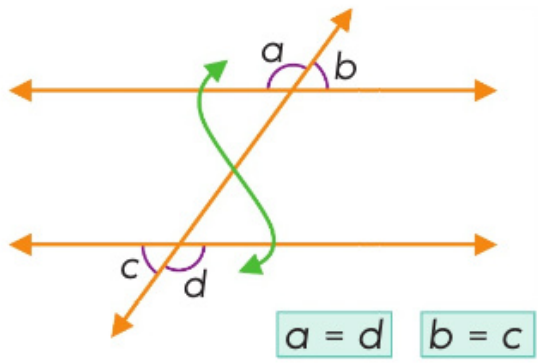
1. Ángulos alternos

Alternos internos



$a = d$ $b = c$

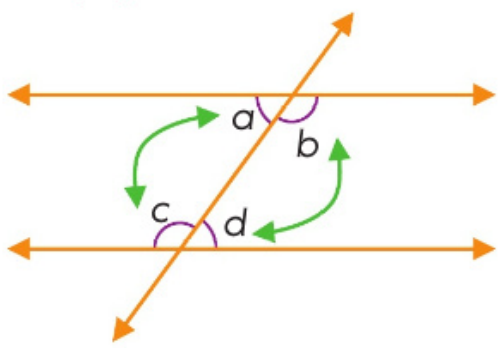
Alternos externos



$a = d$ $b = c$

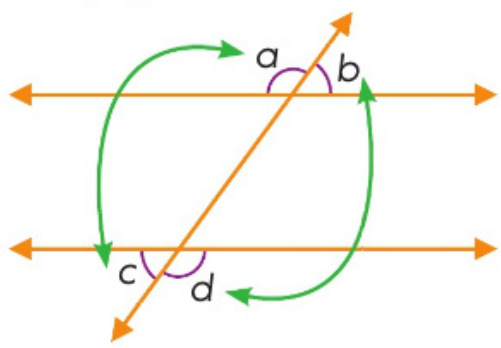
2. Ángulos conjugados

Conjugados internos



$a + c = 180°$ $b + d = 180°$

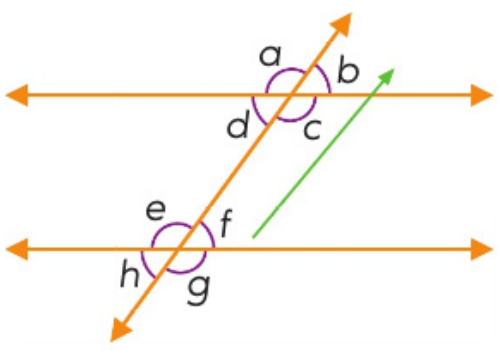
Conjugados externos



$a + c = 180°$ $b + d = 180°$

3. Ángulos correspondientes

Conjugados internos y externos



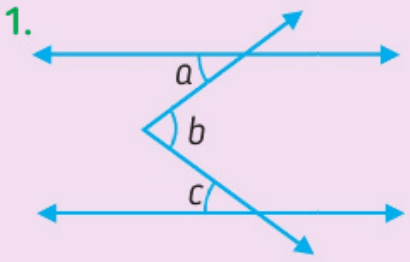
Son correspondientes:

- e con a $\Rightarrow$ $e = a$
- h con d $\Rightarrow$ $h = d$
- f con b $\Rightarrow$ $f = b$
- g con c $\Rightarrow$ $g = c$

Ten en cuenta

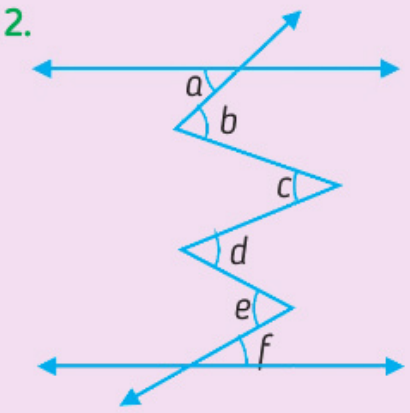
Propiedades

1.



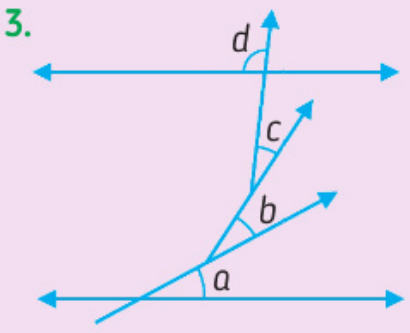
$b = a + c$

2.



$a + c + e = b + d + f$

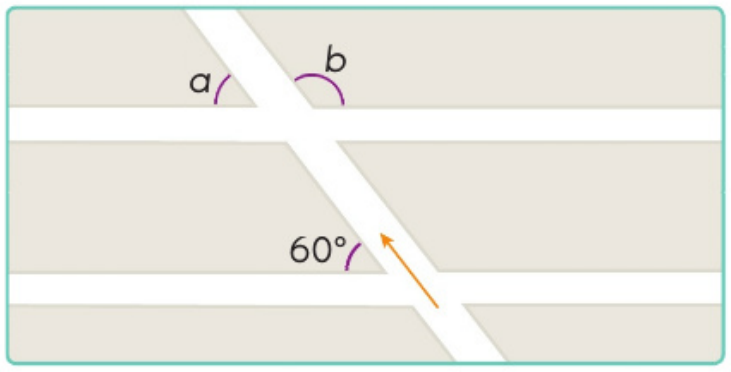
3.



$a + b + c + d = 180°$

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Resolviendo: (Problema introductorio)



- a con 60° son correspondientes $\Rightarrow$ $a = 60°$
- b con a son conjugados externos $\Rightarrow$ $a + b = 180°$

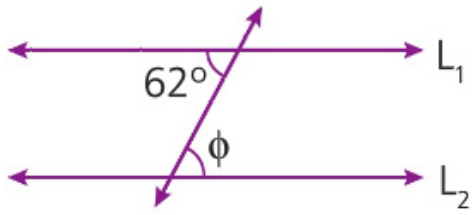
$60° + b = 180°$

$b = 120°$

$\therefore$ El mayor ángulo que forman es 120°.

Ejemplo 1

En la figura, **calcula** el valor de ϕ ($\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$).

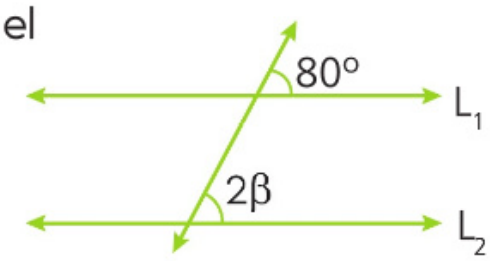


Resolviendo:

Ángulos alternos internos: $\phi = 62°$

Ejemplo 2

En la figura, **calcula** el valor de β ($\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$).



Resolviendo:

Ángulos Correspondientes: $2\beta = 80°$

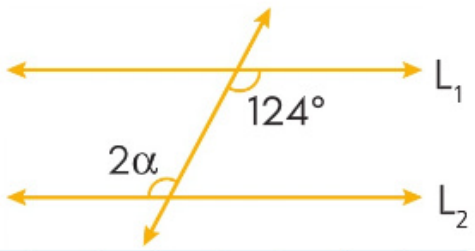
$\beta = 40°$

Nivel básico

1 **Representa** gráficamente dos ángulos correspondientes determinados por dos rectas paralelas y una secante.

2 En la figura, **calcula** el valor de α.

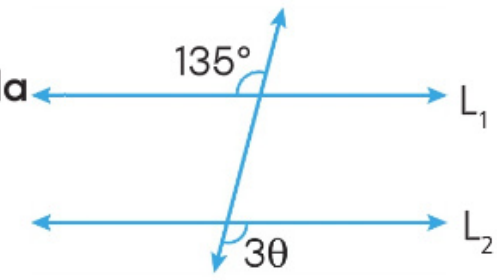
($\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$)



3 **Representa** gráficamente dos ángulos alternos externos determinados por dos rectas paralelas y una secante.

4 En la figura, **calcula** el valor de θ.

($\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$)

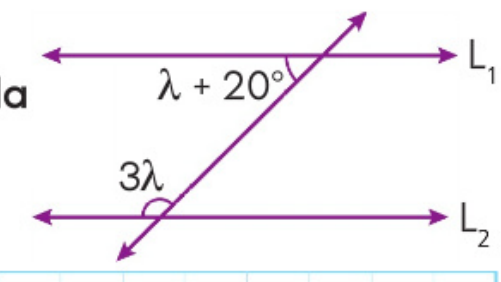


5 **Representa** gráficamente dos ángulos conjugados internos determinados por dos rectas paralelas y una secante.

Nivel intermedio

6 En la figura, **calcula** el valor de λ.

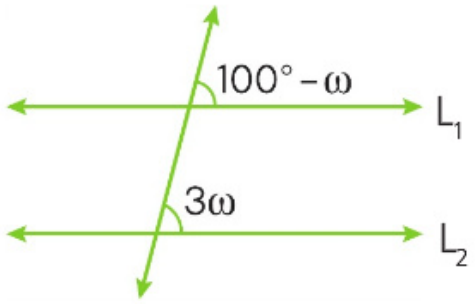
($\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$)



Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

7 En la figura, **calcula** el valor de ω.

$(\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2})$

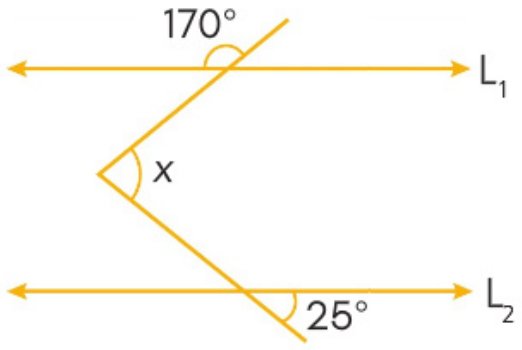


8 **Calcula** *x* si:

$\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.

9 **Calcula** *x* si:

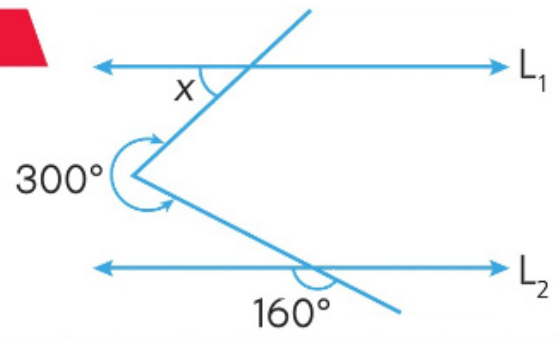
$\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



Nivel avanzado

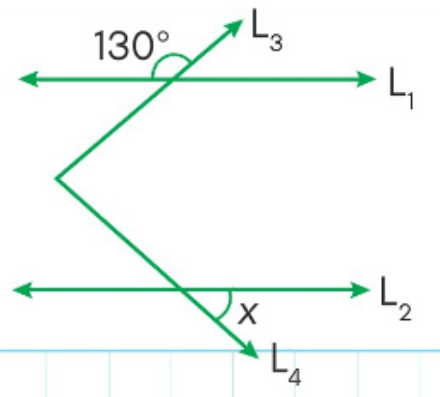
10 **Calcula** *x* si:

$\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



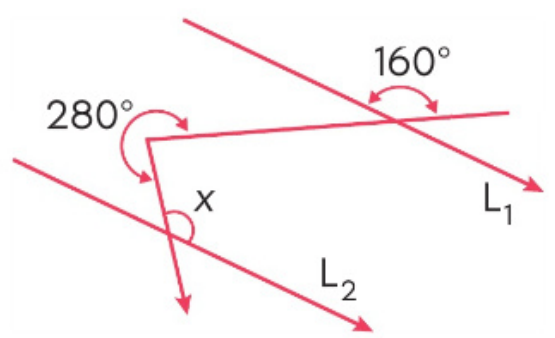
11 **Calcula** *x* si:

$\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$ y $\overleftrightarrow{L_3} \perp \overleftrightarrow{L_4}$.



12 **Calcula** *x* si:

$\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.

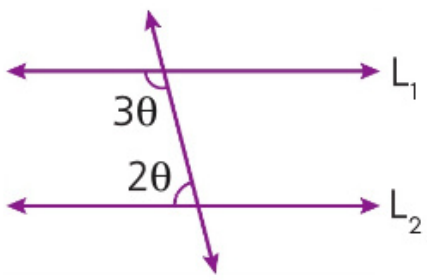


Tarea

1 **Representa** gráficamente dos ángulos conjugados externos determinados por dos rectas paralelas y una secante.

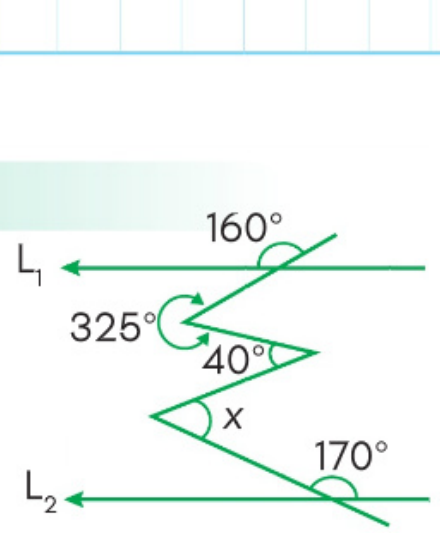
2 En la figura, **calcula** el valor de θ.

$(\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2})$.



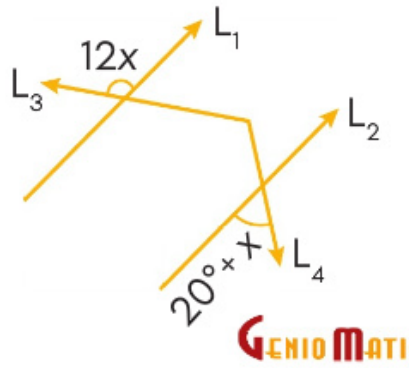
3 **Calcula** *x* si:

$\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



4 **Calcula** el complemento de *x* si:

$\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$ y $\overleftrightarrow{L_3} \perp \overleftrightarrow{L_4}$.



GENIOMATIC

Segmentos y ángulos

Triángulos

En la vidriería de Miguel han pedido un vidrio para una ventana. A la hora de cortar, preguntó cuánto deben medir los ángulos agudos y le dijeron que uno debe medir el doble del otro.

VIDEO DE TEORÍA

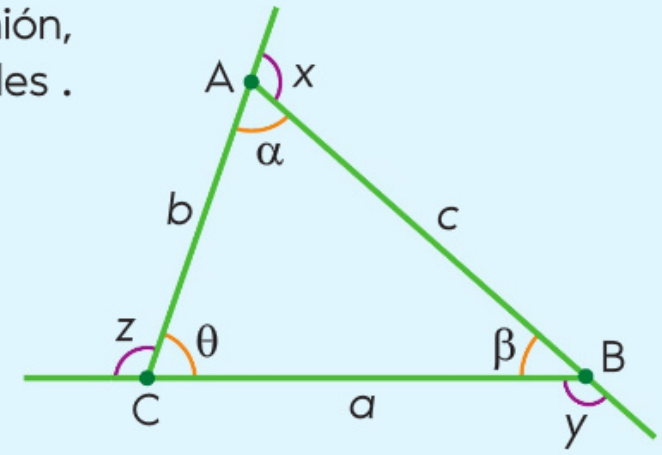
Responde:

Se observa que un lado del vidrio debe quedar horizontal y el otro, vertical. ¿Cuánto miden los ángulos agudos? _____

Un **triángulo** es una figura geométrica formada por la unión, mediante segmentos de recta de tres puntos no colineales .

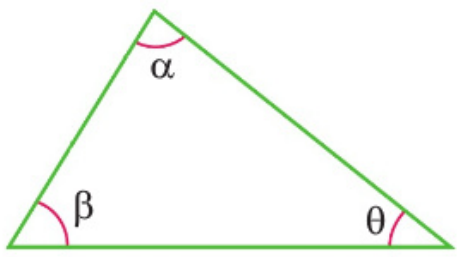
Elementos del triángulo:

- Vértices: A, B y C.
- Longitud de los lados: *a*, *b* y *c*.
- α, β y θ medida de los ángulos interiores.
- *x*, *y* y *z* medida de los ángulos exteriores.

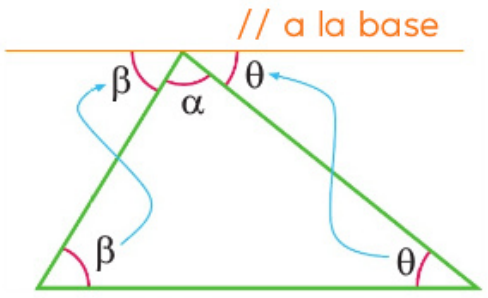


Propiedades fundamentales del triángulo

1. Suma de los ángulos interiores

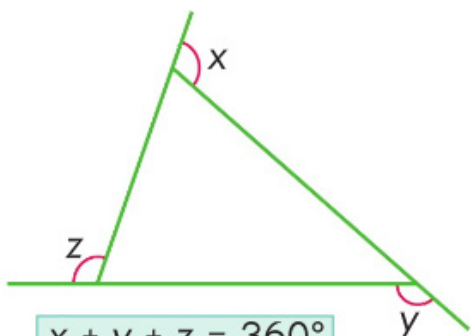


$\alpha + \beta + \theta = 180°$

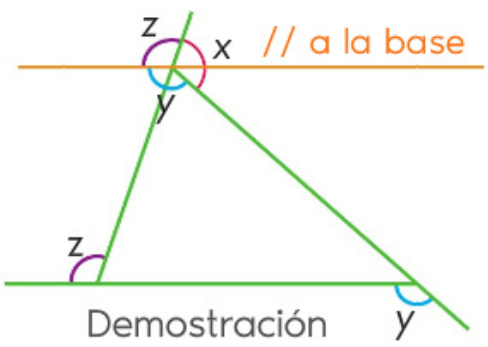


Demostración

2. Suma de los ángulos exteriores

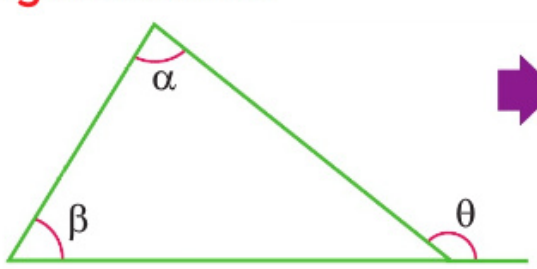


$x + y + z = 360°$

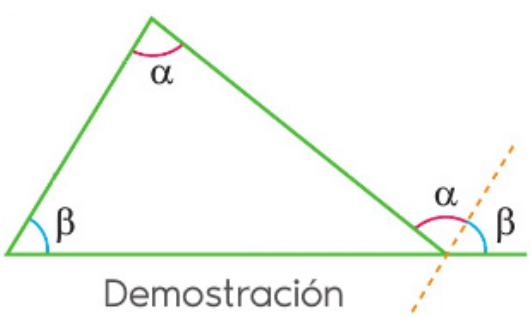


Demostración

3. Ángulo exterior



$\theta = \alpha + \beta$

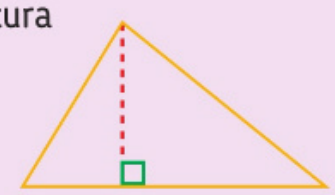


Demostración

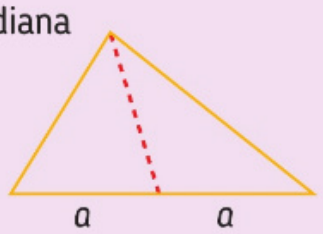
Ten en cuenta

Líneas notables del triángulo

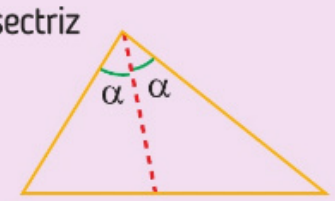
Altura



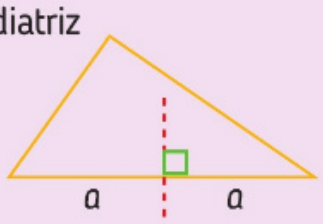
Mediana



Bisectriz

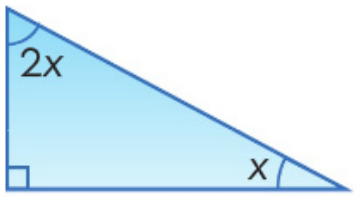


Mediatriz



Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Resolviendo: (Problema introductorio)



- $2x + x = 90°$

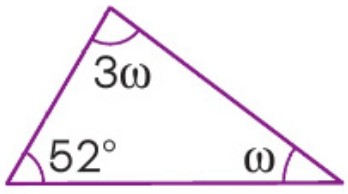
$3x = 90°$

$x = 30°$

∴ Los ángulos agudos miden: **30° y 60°**.

Ejemplo 1

En la figura, **calcula** el valor de ω.



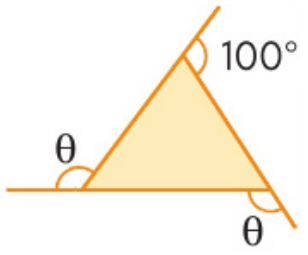
Resolviendo:

$52° + 3\omega + \omega = 180°$

$4\omega = 128° \Rightarrow \omega = 32°$

Ejemplo 2

En la figura, **calcula** el valor de θ.



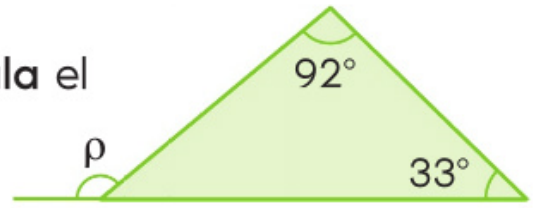
Resolviendo:

$\theta + 100° + \theta = 360°$

$2\theta = 260° \Rightarrow \theta = 130°$

Ejemplo 3

En la figura, **calcula** el valor de ρ.



Resolviendo:

$\rho = 92° + 33° \Rightarrow \rho = 125°$

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Nivel básico

1 **Dibuja** un triángulo, dos de cuyos ángulos midan 50° y 60°.

2 **Dibuja** un triángulo de lados 4 cm, 5 cm y 6 cm.

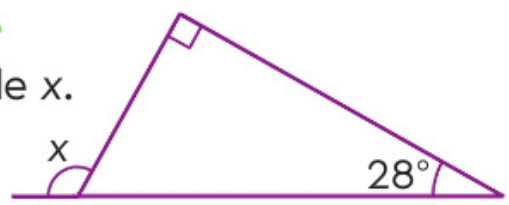
3 Si dos de los ángulos interiores de un triángulo miden 70° y 60°, ¿cuánto mide el tercer ángulo?

4 ¿Existe un triángulo de lados 3 cm, 4 cm y 7 cm? **Justifica** tu respuesta.

5 Si dos ángulos exteriores de un triángulo miden 140° y 130°, ¿cuánto mide el tercer ángulo exterior?

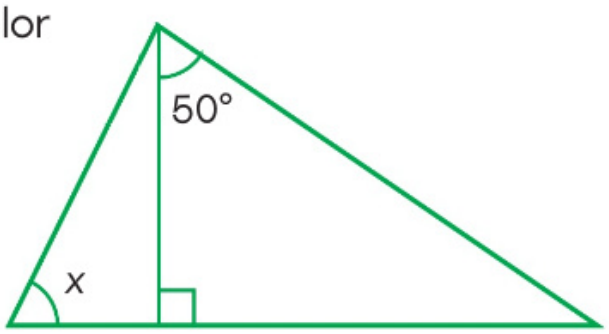
Nivel intermedio

6 **Calcula** el valor de x.

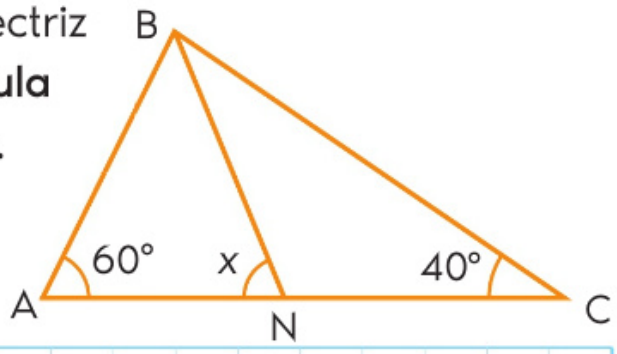


GENIOMATIC

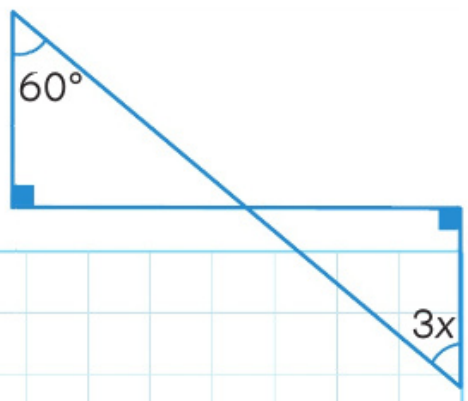
7 **Calcula** el valor de *x*.



8 Si BN es bisectriz interior, **calcula** el valor de *x*.

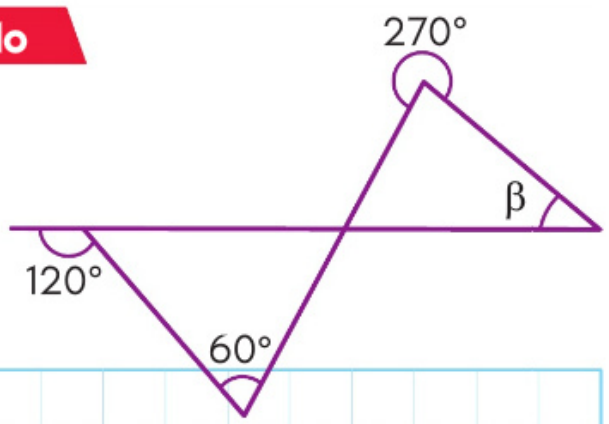


9 Del gráfico, **calcula** el valor de *x*.

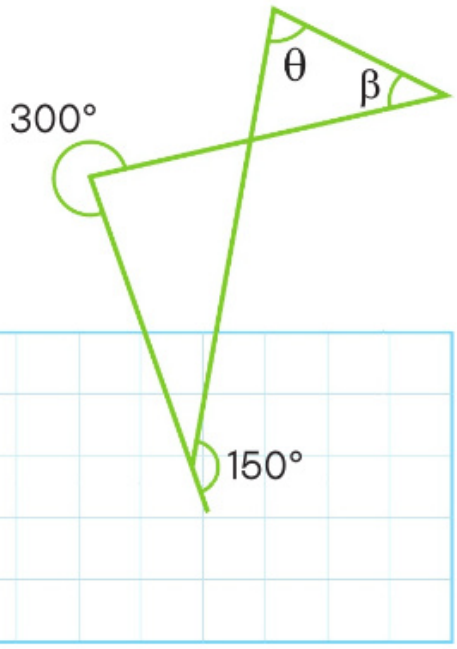


Nivel avanzado

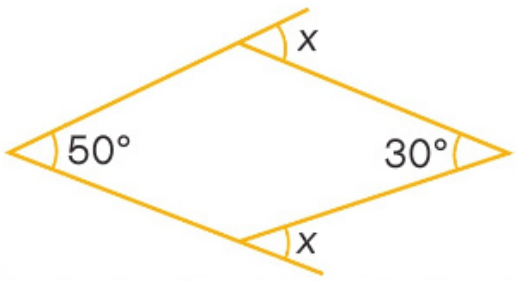
10 Del gráfico, **calcula** β.



11 Del gráfico, **calcula** θ + β.

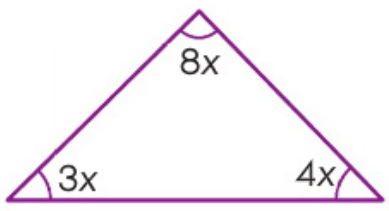


12 Del gráfico, **calcula** *x*.

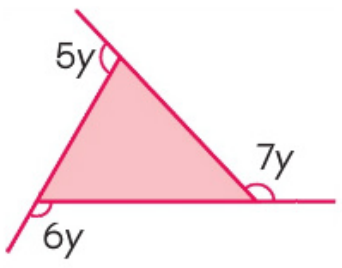


Tarea

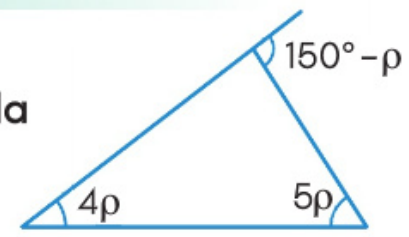
1 De la figura, **calcula** el valor de *x*.



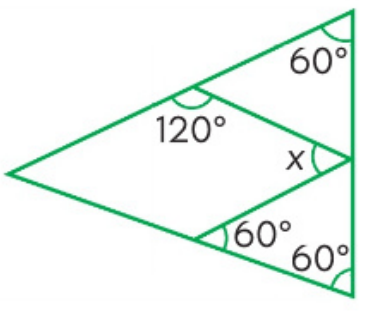
2 De la figura, **calcula** el valor de *y*.



3 En la figura, **calcula** el valor de ρ.



4 Del gráfico, **calcula** *x*.



Segmentos y ángulos

Clasificación de triángulos

Francisco tiene tres hijos: Mario, Joaquín y Lucía. Tiene también tres terrenos triangulares: uno de lados 40 m, 50 m y 60 m; el segundo, de dos lados de 60 m y el tercer lado de 30 m; y el tercero, con los tres lados de 50 m cada uno.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

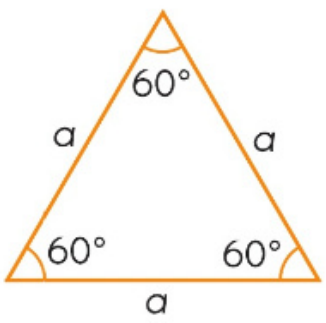
Francisco quiere heredar un terreno para cada hijo, y por ser Lucía la única mujer le da a escoger primero. ¿Cuál terreno escogerá? _____

Los triángulos se clasifican de acuerdo a dos criterios: De acuerdo a la longitud de sus lados y de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores.

1. De acuerdo a la longitud de sus lados

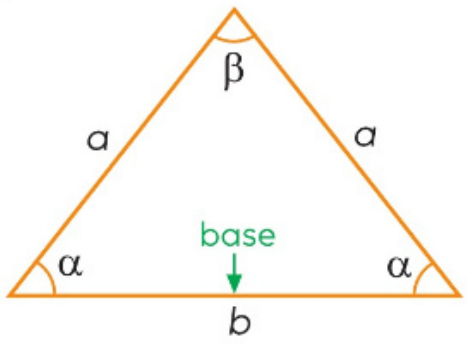
Triángulo equilátero

Tiene los tres lados de igual longitud y sus tres ángulos de 60° cada uno.



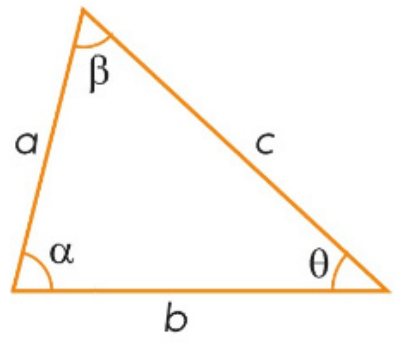
Triángulo isósceles

Tiene dos lados de igual longitud y el tercero desigual llamado base.



Triángulo escaleno

Tiene los tres lados de diferentes longitudes.

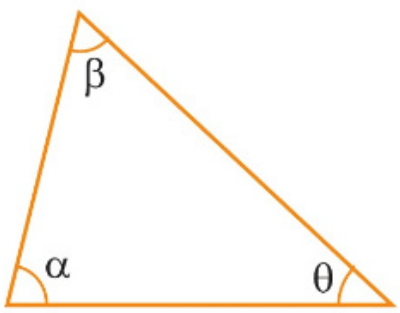


A mayor lado se opone mayor ángulo y a lados iguales, ángulos iguales.

2. De acuerdo a la medida de sus ángulos

Triángulo acutángulo

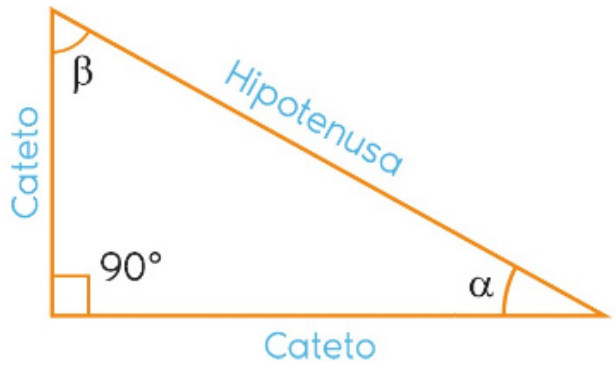
Tiene los tres ángulos interiores agudos.



$0° < \alpha < 90°$
$0° < \beta < 90°$
$0° < \theta < 90°$

Triángulo rectángulo

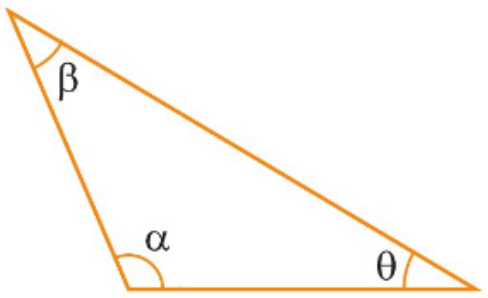
Tiene un ángulo interior recto. El lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa y los otros dos, catetos.



$\alpha + \beta = 90°$

Triángulo obtusángulo

Tiene un ángulo obtuso y los otros dos, agudos.



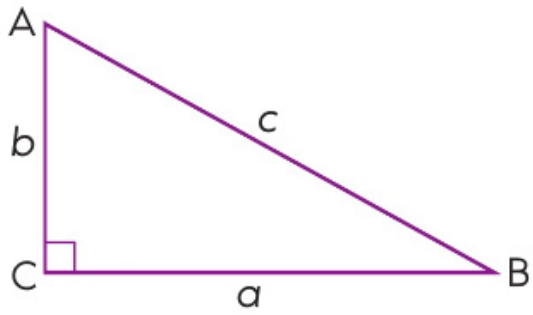
$90° < \alpha < 180°$

A mayor ángulo se opone mayor lado y a ángulos iguales, lados iguales.

Teorema de Pitágoras

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Este teorema es el más famoso e importante de la Geometría porque nos permite calcular distancias asociándolas al triángulo rectángulo. Conociendo dos lados de un triángulo rectángulo, con el teorema se puede calcular el tercer lado.



$c^2 = a^2 + b^2$

Resolviendo: (Problema introductorio)

- Los tres terrenos tienen el mismo perímetro (15 m)
- Ella debe escoger el de mayor área.
- De triángulos de igual perímetro, tiene la mayor área el equilátero.

∴ Debe escoger el 3° terreno.

Nivel básico

1 **Dibuja** un triángulo equilátero de 4 cm de lado.

2 **Dibuja** un triángulo rectángulo de catetos 4 cm y 3 cm. **Mide** la hipotenusa y **verifica** si se cumple el teorema de Pitágoras.

3 Uno de los ángulos de un triángulo rectángulo mide 64°. ¿Cuánto mide el otro ángulo agudo?

4 Si dos lados de un triángulo escaleno miden 5 cm y 6 cm, **señala** qué longitud no puede tener el tercer lado.

A) 7 cm B) 10 cm C) 11 cm

5 Los lados de un triángulo miden 9 cm y 4 cm. Para que sea isósceles, el tercer lado debe medir:

A) 9 cm B) 4 cm C) 9 cm o 4 cm

Nivel intermedio

6 Si dos de los ángulos de un triángulo miden 60° y 70°, el triángulo es:

I. Escaleno II. Acutángulo III. Isósceles

7 Si dos de los ángulos de un triángulo miden 40° y 50°, el triángulo es:

I. Rectángulo II. Escaleno III. Isósceles

8 Si dos de los ángulos de un triángulo miden 40° y 70°, el triángulo es:

I. Escaleno II. Acutángulo III. Isósceles

9 Dados los triángulos y las respectivas longitudes de sus lados, ¿cuántos de ellos son rectángulos?

- Triángulo ABC: 4 cm; 3 cm y 5 cm
- Triángulo PQR: 5 cm; 7 cm y 8 cm
- Triángulo STU: 7 cm; 15 cm y 17 cm

10 ¿Cuánto mide la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 5 cm y 12 cm?

Nivel avanzado

11 Si uno de los ángulos de un triángulo isósceles mide 92°, entonces:

I. Uno de los otros dos puede medir 92°.
II. Los otros dos miden 44° cada uno.
III. Los otros dos tienen igual medida.

12 Si uno de los ángulos de un triángulo isósceles mide 20°, entonces es imposible:

I. Que el triángulo sea obtusángulo.
II. Que uno de los ángulos mida 80°.
III. Que uno de los ángulos mida 60°.

13 Si uno de los ángulos de un triángulo mide 70°, entonces, para que sea isósceles, uno de los otros dos debe medir:

I. 55° II. 70° III. Cualquier medida

14 Los ángulos interiores de un triángulo miden un número entero de grados. Si uno de ellos mide 70°, ¿cuánto puede medir como mínimo otro de los ángulos para que sea obtusángulo?

Tarea

1 **Dibuja** un triángulo isósceles, dos de cuyos lados midan 6 cm y 3 cm.

2 En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la bisectriz interior AN (N en $\overline{BC}$) y el triángulo ANC resulta isósceles. ¿Cuánto mide el ángulo BNC?

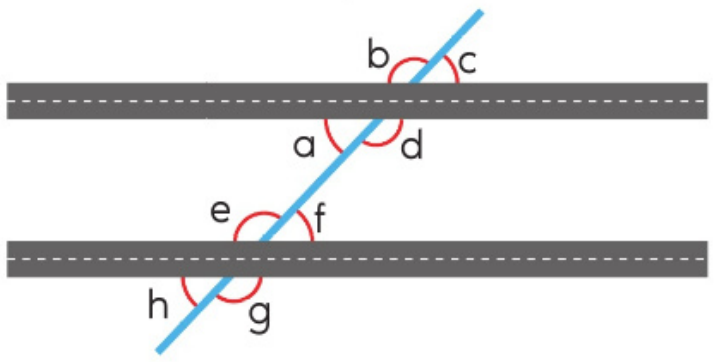
3 **Dibuja** un triángulo de lados 4 cm, 5 cm y 6 cm e **indica** su clasificación.

4 En un triángulo isósceles ABC (AB = $\overline{BC}$) se traza la bisectriz interior AN (N en $\overline{BC}$). Si el ángulo ANB mide 66°, ¿cuánto mide el ángulo B?

Reforzando - Unidad 3

ENUNCIADO 1

La figura muestra una autopista de dos pistas paralelas atravesada por un canal de riego.



1 Es correcto:

I. Los ángulos *f* y *c* son correspondientes.
II. Los ángulos *a* y *f* son alternos internos.
III. Los ángulos *c* y *g* son alternos externos.

Son correctas:

A) Solo I B) II y III C) I y II D) I, II y III

2 Se puede afirmar que:

I. Los ángulos *e* y *d* tienen igual medida.
II. Los ángulos *h* y *g* son suplementarios.
III. Los ángulos *b* y *d* son suplementarios.

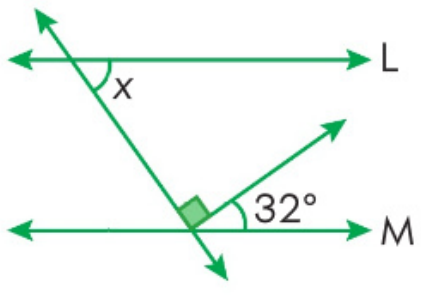
A) Solo I B) I y II C) I y III D) I, II y III

3 Uno de los lados iguales de un triángulo isósceles mide 20 cm y los otros lados miden un número entero de centímetros. ¿Cuánto puede medir, a lo más, el lado desigual del triángulo?

A) 21 cm B) 41 cm C) 38 cm D) 39 cm

4 En esta figura, las rectas L y M son paralelas. Determina el valor de *x*:

A) 58°
B) 62°
C) 48°
D) 59°



5 Los lados de un triángulo miden 13 cm y 6 cm. Para que sea isósceles, el tercer lado debe medir:

A) 13 cm B) 6 cm C) 13 cm o 6 cm

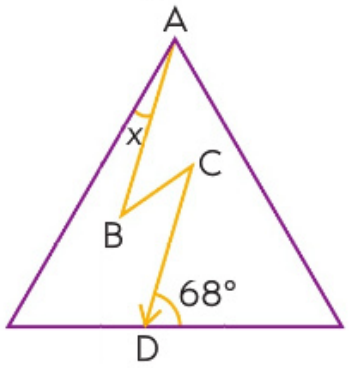
Olimpiadas nacionales e internacionales

6 Los ángulos de un triángulo miden un número entero de grados sexagesimales. Si el triángulo es obtusángulo, ¿cuánto pueden sumar como máximo los ángulos agudos?

A) 90° B) 89° C) 91° D) 92°

7 Joaquín ha dibujado un rayo dentro de un triángulo equilátero, de modo que los segmentos AB y CD son paralelos. ¿Cuánto mide el ángulo designado con *x*?

A) 12°
B) 10°
C) 8°
D) 14°

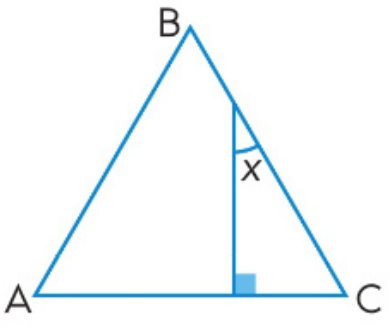


8 Una escalera está apoyada a 3 m del piso de una habitación y su pie está a 4 m de la pared. ¿Cuánto mide esta escalera?

A) 5 m B) 4,5 m C) 5,1 m D) 4,8 m

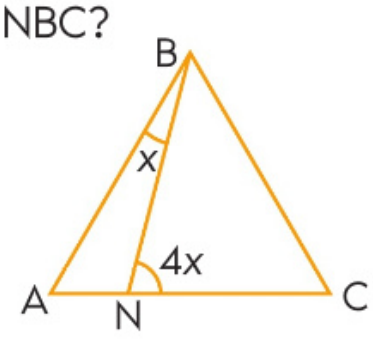
9 El triángulo ABC es equilátero. Determina el valor de *x*.

A) 60°
B) 55°
C) 45°
D) 30°



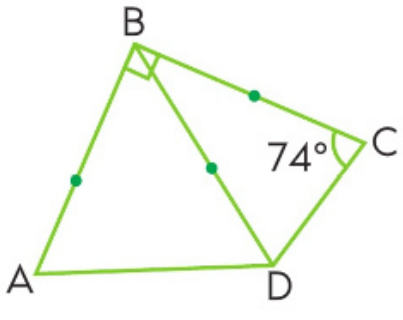
10 Si el triángulo ABC es equilátero, ¿cuánto mide el ángulo NBC?

A) 40°
B) 50°
C) 45°
D) 35°



11 En la figura AB = BD = BC. ¿Cuánto mide el ángulo A?

A) 58°
B) 60°
C) 61°
D) 62°



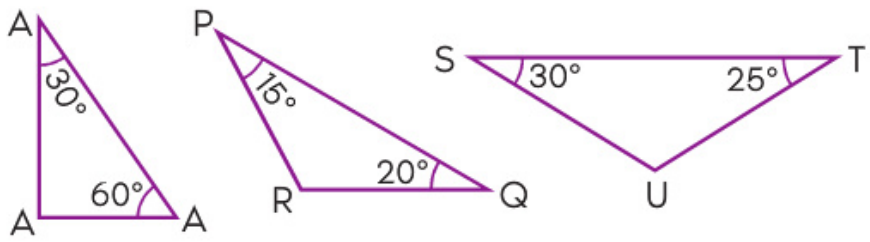
12 ¿Con cuál de los grupos de segmentos no se puede formar un triángulo? Explica por qué.

a) 24 mm, 24 mm, 4 mm

b) 25 mm, 15 mm, 10 mm

c) 23 mm, 25 mm, 20 mm

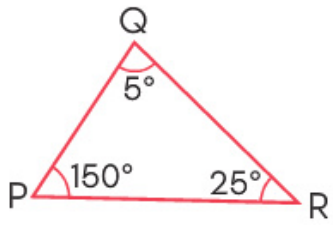
13 En cada triángulo, determina cuál es el ángulo mayor (AM) y cuál es el lado menor (Lm).



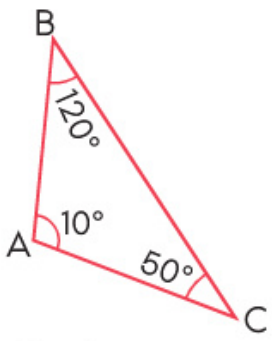
AM: ____ AM: ____ AM: ____

Lm: ____ Lm: ____ Lm: ____

14 Los siguientes triángulos no necesariamente están correctamente dibujados, aunque los datos que se dan son confiables. De acuerdo a esto, halla lo que se pide en cada caso:



Lado mayor



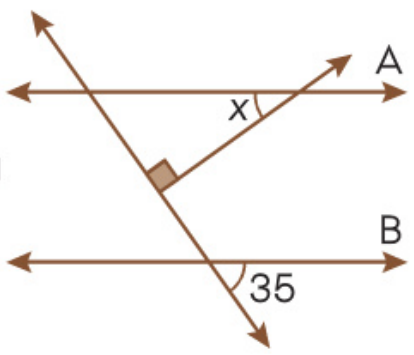
Lado menor

15 Completa:

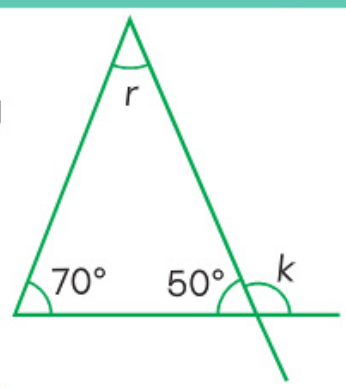
I. En todo triángulo, el lado mayor se opone al ángulo _____

II. En todo triángulo, el ángulo menor se opone al lado _____

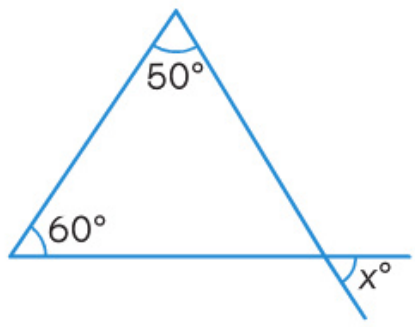
16 En esta figura las rectas A y B son paralelas. Determina el valor de x.



17 En esta figura, determina el valor de $r + k$.



18 En esta figura, determina el valor de x.



19 Clasifica cada triángulo como rectángulo, obtusángulo o acutángulo. Además determina si es equilátero, isósceles o escaleno. Usa regla y transportador para una mejor precisión.

a) _____

b) _____

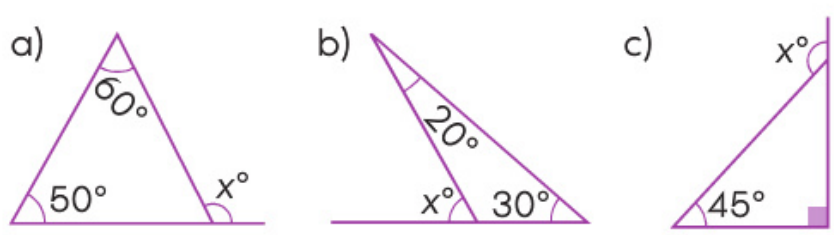
c) _____

d) _____

20 Dibuja, de ser posible, el triángulo que se pide, en caso de no ser posible explica la razón.

a. Rectángulo e isósceles
b. Escaleno y rectángulo
c. Escaleno y obtusángulo
d. Acutángulo e isósceles
e. Acutángulo y equilátero
f. Rectángulo y equilátero

21 Halla el valor de x en cada figura. Aplica las propiedades del triángulo.



x = _____ x = _____ x = _____

Autoevaluación

1 Completa:

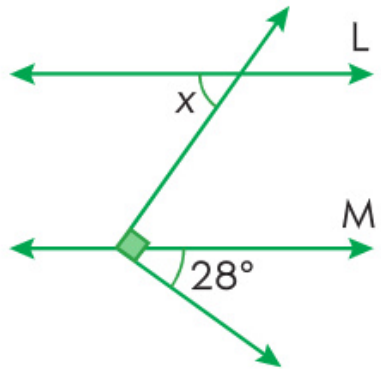
I. En todo triángulo, el lado mayor se opone al ángulo _____

II. En todo triángulo, el ángulo menor se opone al lado _____

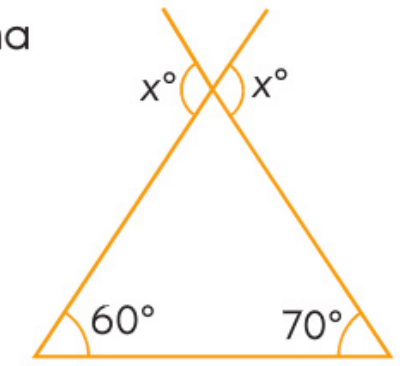
2 Los ángulos de un triángulo miden un número entero de grados sexagesimales. Si el triángulo es obtusángulo, ¿cuánto puede medir como mínimo el ángulo obtuso?

3 Los lados de un triángulo miden 9 cm y 4 cm. Para que sea isósceles, el tercer lado debe medir:

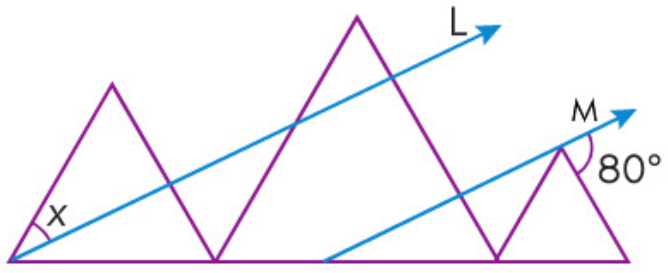
4 Las rectas L y M son paralelas. ¿Cuánto mide el ángulo designado con x?



5 En la figura, determina el valor de x.



6 En la figura, los tres triángulos son equiláteros y las rectas L y M son paralelas. ¿Cuánto mide el ángulo designado con x?



Triángulos

Cuadriláteros

Julián ha levantado el plano de un terreno cuadrangular ubicando su estación total en cada una de las cuatro esquinas. Las medidas de los ángulos de tres de las esquinas resultaron 70°, 115° y 80°.

VIDEO DE TEORÍA

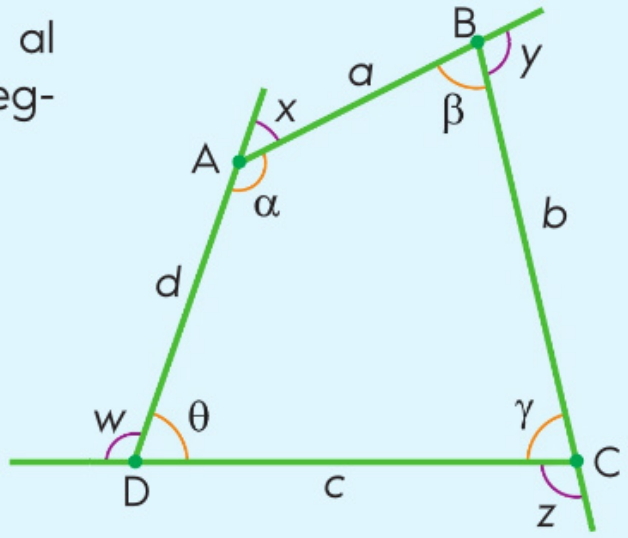
Responde:

¿Cuál es la medida del ángulo de la cuarta esquina? _____

El cuadrilátero es una figura geométrica que se forma al unir cuatro puntos no colineales del plano mediante segmentos de recta que no se intersecan entre sí.

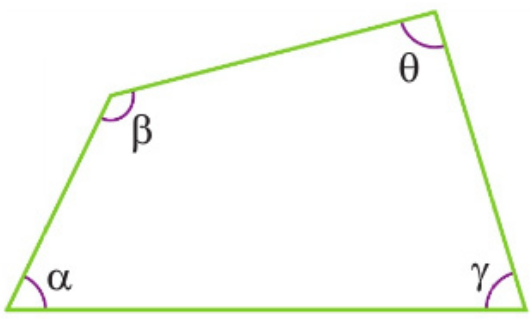
Elementos del cuadrilátero:

- Vértices: A, B, C y D.
- Longitud de los lados: *a*, *b*, *c* y *d*.
- α, β, γ y θ: medidas de los ángulos interiores.
- *x*, *y*, *z* y *w* medidas de los ángulos exteriores.



Cuadrilátero convexo

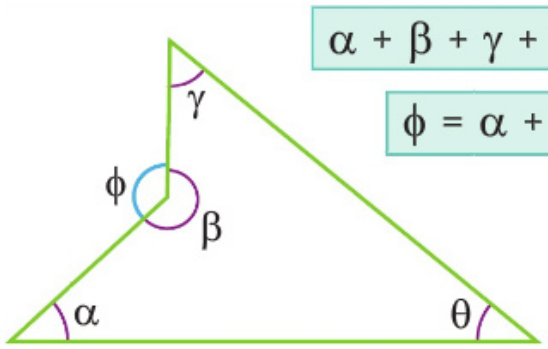
Todos sus ángulo interiores miden menos de 180°.



$\alpha + \beta + \gamma + \beta = 360°$

Cuadrilátero no convexo (cóncavo)

Uno de los ángulos interiores mide más de 180°.



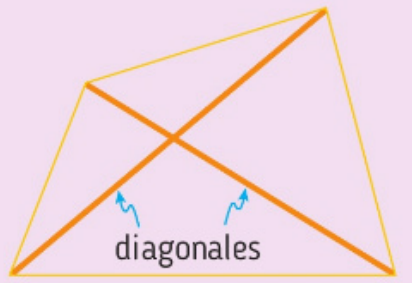
$\alpha + \beta + \gamma + \beta = 360°$

$\phi = \alpha + \gamma + \theta$

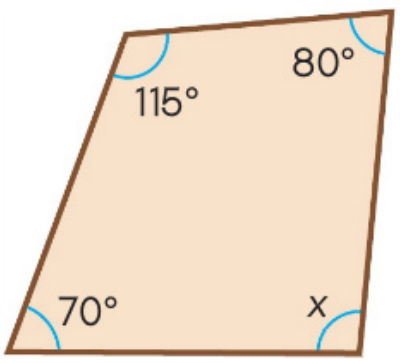
Ten en cuenta

Diagonales

Son segmentos que unen los vértices opuestos.



Resolviendo: (Problema introductorio)



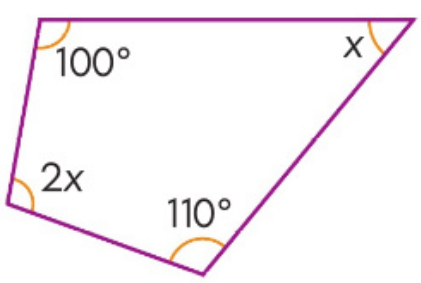
70° +
115°
80°
265°

Los 4 ángulos deben sumar 360°. Como 3 de ellos suman 265°, el cuarto ángulo es: 360° – 265° = 95°

Ejemplo

En un cuadrilátero, los ángulos de dos vértices opuestos miden 100° y 110°. Los ángulos de los otros dos vértices miden uno el doble del otro. ¿Cuánto mide el menor de ellos?

Resolviendo:



100° +
110°
210°

$2x + x = 360° - 210°$

$3x = 150° \Rightarrow x = 50°$

Nivel básico

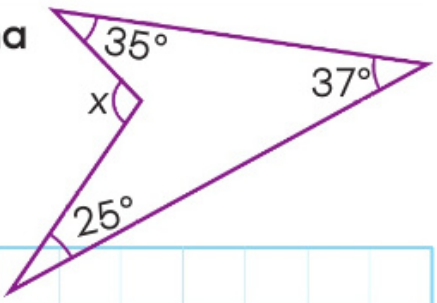
1 Tres de los ángulos interiores de un cuadrilátero miden 125°, 85° y 110°. ¿Cuánto mide el cuarto ángulo?

2 Dos de los ángulos interiores de un cuadrilátero miden 120° y 130°, y los otros dos tienen igual medida. ¿Cuánto mide cada uno?

3 La suma de las medidas de tres ángulos interiores de un cuadrilátero es 280°. ¿Cuánto mide el cuarto ángulo?

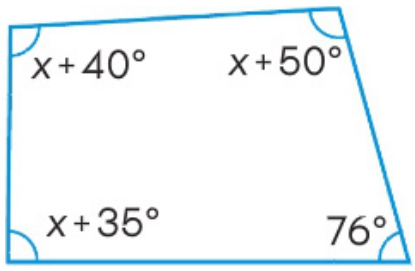
4 Si dos de los ángulos interiores de un cuadrilátero suman 200°, ¿cuánto suman las medidas de los otros dos?

5 En la figura, **determina** el valor de *x*.

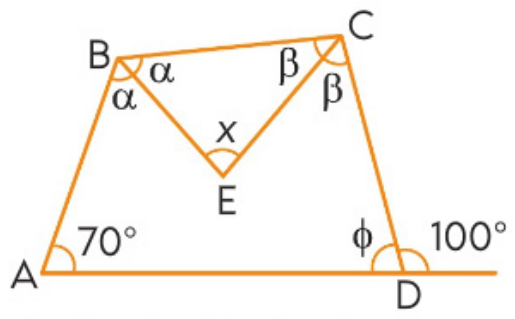


Nivel intermedio

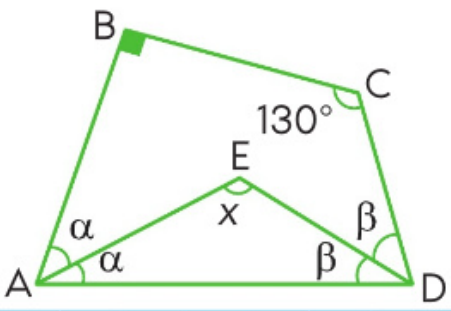
6 En la figura, **determina** el valor de *x*.



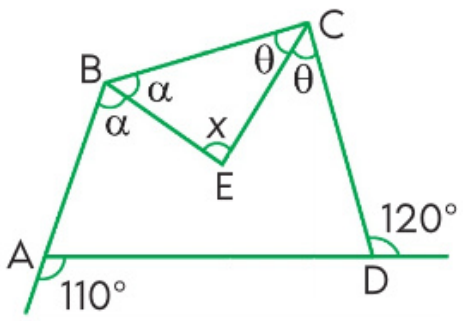
7 **Calcula** el valor de *x*.



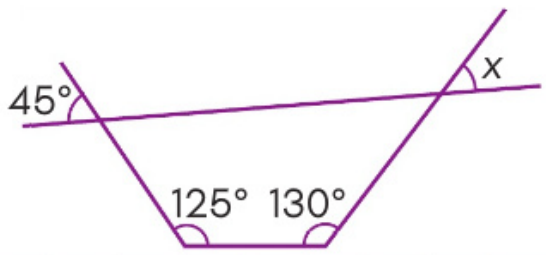
8 **Calcula** el valor de *x*.



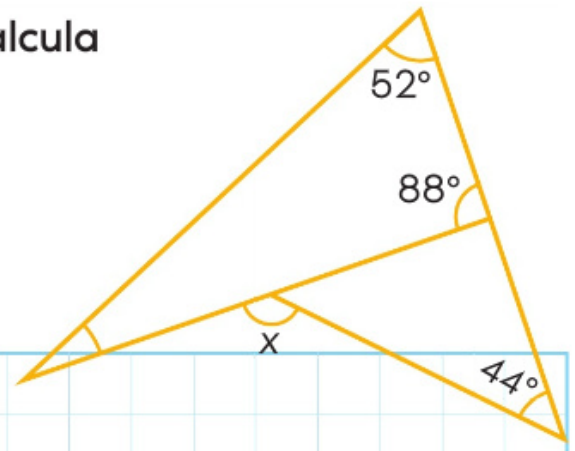
9 **Calcula** el valor de x.



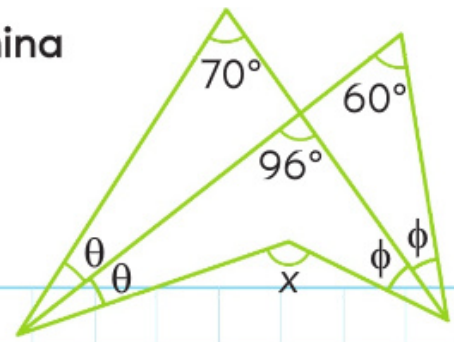
10 En la figura, **determina** el valor de x.



12 En la figura, **calcula** el valor de x.

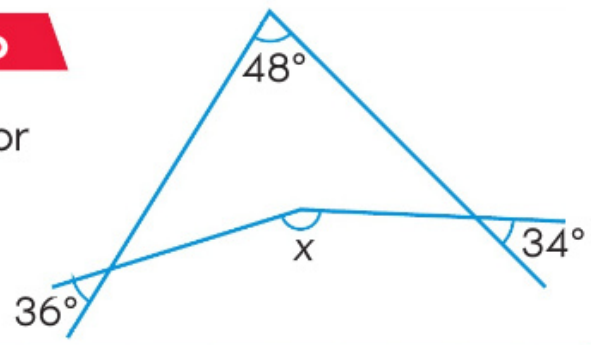


13 En la figura, **determina** el valor de x.

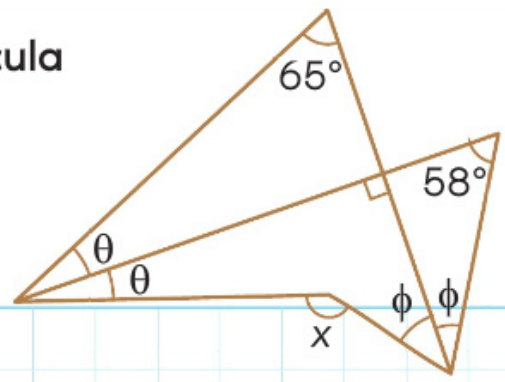


Nivel avanzado

11 **Calcula** el valor de x.



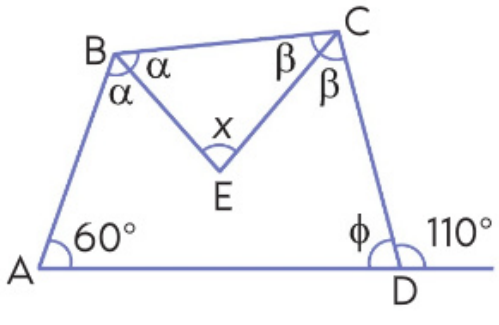
14 En la figura, **calcula** el valor de x.



Tarea

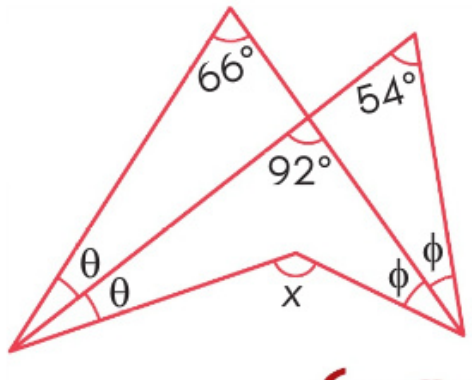
1 Tres de los ángulos interiores de un cuadrilátero miden 120°, 72° y 108°. ¿Cuánto mide el cuarto ángulo?

2 **Calcula** el valor de x.



3 Tres de los ángulos exteriores de un cuadrilátero miden 130°, 82° y 98°. ¿Cuánto mide el cuarto ángulo exterior?

4 En la figura, **determina** el valor de x.



GENIOMATIC

Clasificación de los cuadriláteros

Triángulos

Para pintar un cuadro, Gerónimo ha comprado un lienzo de 50 cm por 40 cm.

Pero él quiere que su cuadro tenga forma cuadrada, por lo que se ve obligado a recortar el lienzo.

VIDEO DE TEORÍA

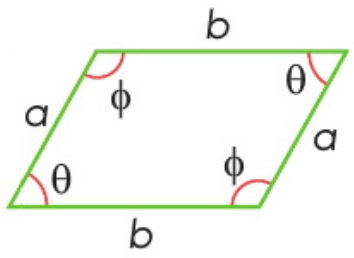
Responde:

Una vez que lo recorte, ¿qué dimensiones tendrá la parte no utilizada? _____

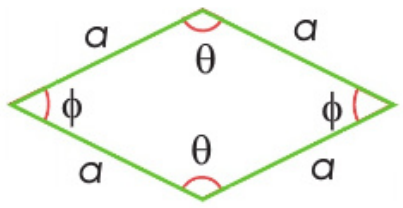
Los cuadriláteros convexos se clasifican, de acuerdo al paralelismo de sus lados, en paralelogramos, trapecios y trapezoides.

1. Paralelogramos

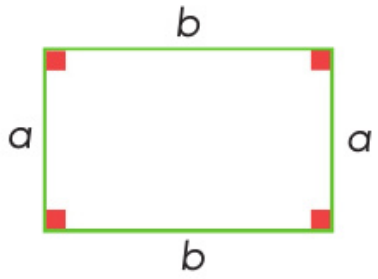
Romboide



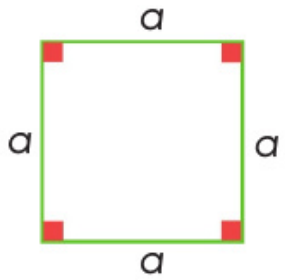
Rombo



Rectángulo



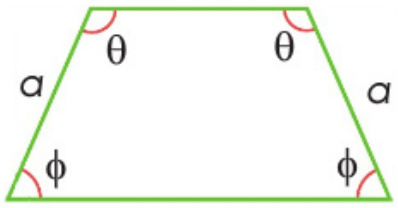
Cuadrado



2. Trapecios

Trapecio rectángulo

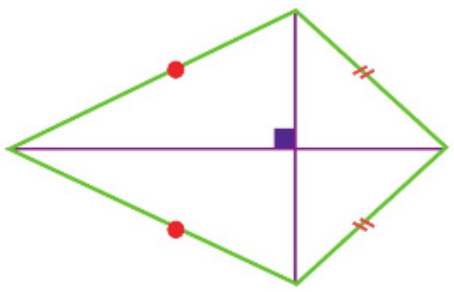
Trapecio isósceles



Trapecio escaleno

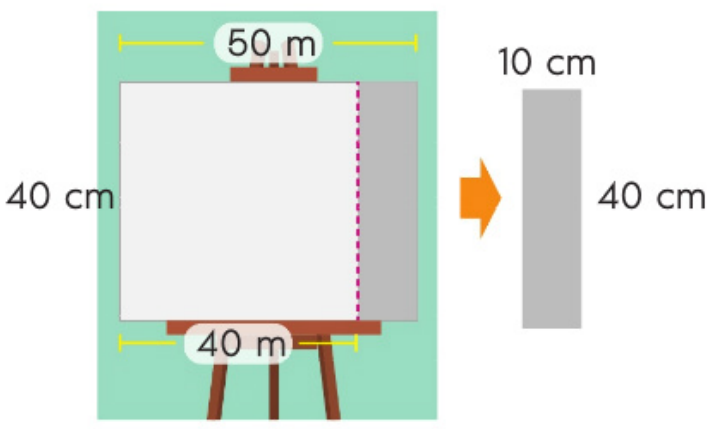
3. Trapezoides

Trapezoide simétrico



Trapezoide asimétrico

Resolviendo: (Problema introductorio)

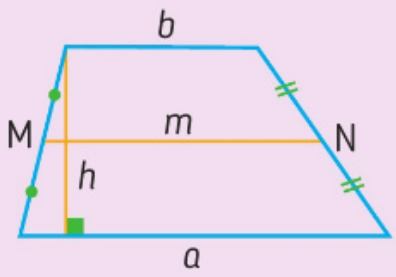


Dimensiones:

40 cm de largo por 10 cm de ancho.

Ten en cuenta

Mediana del trapecio



$$m = \frac{a + b}{2}$$

M y N: puntos medios de los lados no paralelos.

a: Base mayor

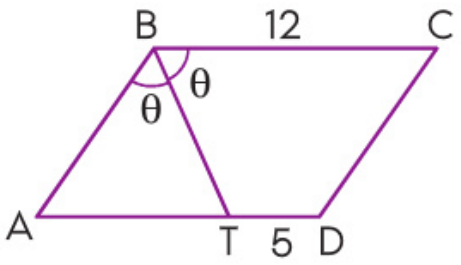
b: Base menor

h: Altura

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Ejemplo 1

En el paralelogramo ABCD, **calcula** CD.



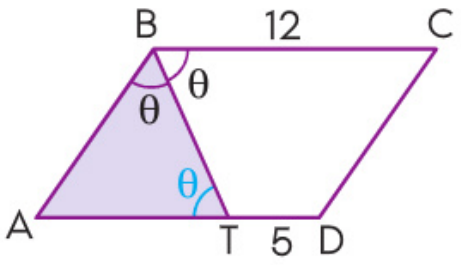
Resolviendo:

Ángulos B y T son alternos internos.

ΔABT Isósceles:

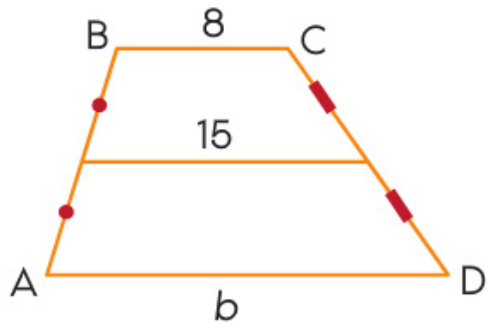
$AB = AT = 12 - 5 = 7$

$\Rightarrow CD = 7$



Ejemplo 2

En el trapecio ABCD, **calcula** *b*.



Resolviendo:

$$15 = \frac{8 + b}{2}$$

$30 = 8 + b \Rightarrow b = 22$

Nivel básico

1 Respecto a un romboide, es cierto:

I. Sus diagonales son de igual longitud.
II. Sus ángulos opuestos son congruentes.
III. Sus diagonales se cortan en el punto medio.

2 Respecto a un rombo, es cierto:

I. Sus diagonales son de igual longitud.
II. Sus diagonales son perpendiculares.
III. Sus diagonales se cortan en el punto medio.

3 Respecto a un rectángulo, es cierto:

I. Sus diagonales se cortan en el punto medio.
II. Sus cuatro ángulos interiores son rectos.
III. Sus diagonales forman un ángulo recto.

4 Respecto a un trapecio, es cierto:

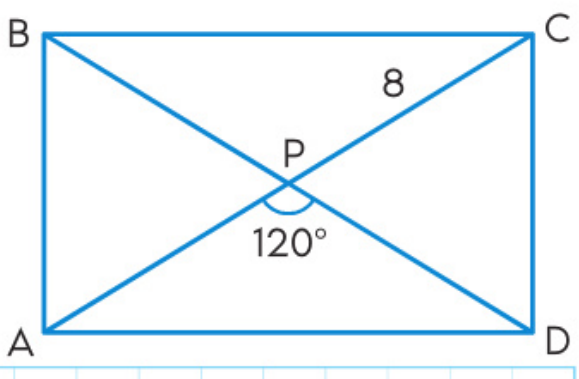
I. Sus diagonales son de igual longitud.
II. Dos lados opuestos no son paralelos.
III. Los ángulos adyacentes a lados no paralelos son suplementarios.

5 **Calcula** la longitud de la mediana de un trapecio cuyas bases miden 11 y 17.

Nivel intermedio

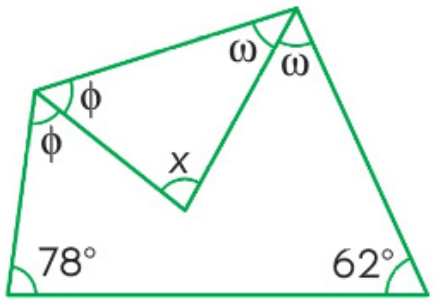
6 La medida del mayor ángulo interior de un paralelogramo es el duplo del menor. **Calcula** la medida del menor ángulo interior.

7 De la figura, **calcula** AB.



GENIOMATIC

8 De la figura, **calcula** el valor de x.



9 Un lado y la diagonal mayor de un rombo forman un ángulo de 30°. ¿Cuánto mide el mayor ángulo interior del rombo?

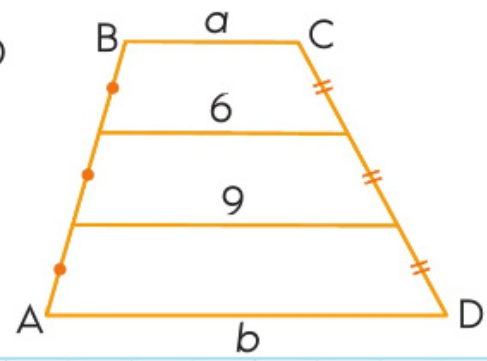
10 Dos lados de un rectángulo miden 3 y 4. **Calcula** la suma de las longitudes de las diagonales.

Nivel avanzado

11 Las diagonales de un rombo miden 6 cm y 8 cm. **Calcula** la longitud de un lado.

12 En la figura, ABCD es un trapecio.

Calcula $a + b$.



13 En un trapecio rectángulo, el lado recto y la base menor miden 5 cm. La diagonal mayor forma con la base menor 30°. ¿Cuánto mide la diagonal mayor?

Tarea

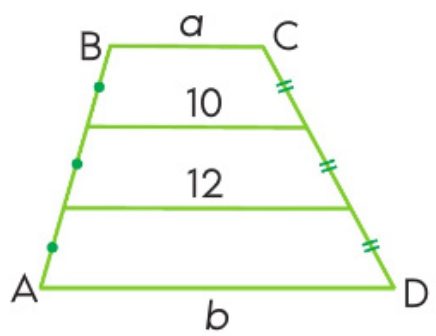
1 **Dibuja** un trapecio y **traza** su altura y su mediana.

2 En el trapecio isósceles ABCD, los lados no paralelos AB y CD miden 6 cm cada uno. Si $\overline{AC}$ es bisectriz del ángulo BAD y la base mayor mide 10 cm, ¿cuánto mide la mediana?

3 La diagonal menor y un lado de un rombo tienen igual longitud. **Calcula** la medida del mayor ángulo interior de dicho rombo.

4 En la figura, ABCD es un trapecio.

Calcula $a + b$.



Polígonos

Triángulos y cuadriláteros

A Jorge le mandaron hacer la señal de detención obligatoria con 20 cm de lado. Él piensa comprar para su objetivo una lámina de fierro de forma cuadrada.

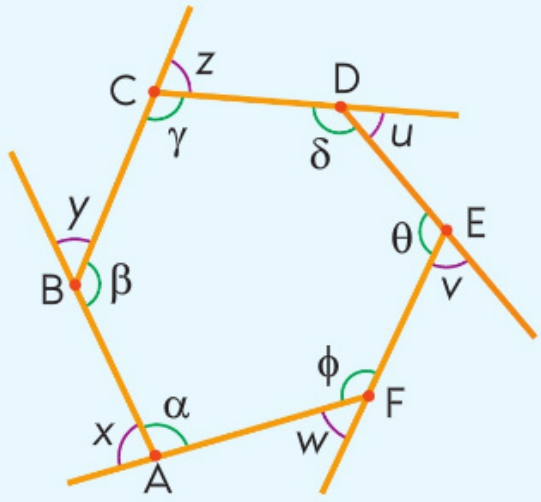
VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuánto debe medir aproximadamente el lado de la lámina? _____

Un polígono es la figura geométrica que se forma uniendo tres o más puntos no colineales mediante segmentos de recta no secantes entre sí. Elementos del polígono:

- Vértices: A, B, C, ...
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, ...
- α, β, γ, ... medidas de los ángulos interiores.
- x, y, z, ... medidas de los ángulos exteriores.
- Diagonales: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, ...

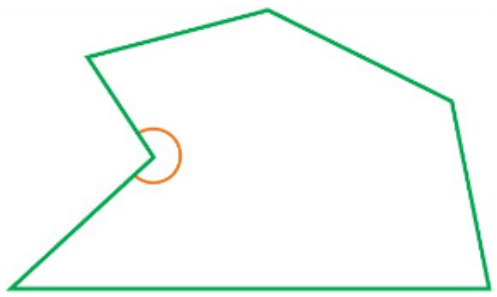


Polígono convexo

Todos sus ángulo interiores miden menos de 180°.

Polígono cóncavo

Algún ángulo interior mide más de 180°.



Propiedades de los polígonos

En todo polígono de n lados se cumple:

Suma de los ángulos interiores	Suma de los ángulos exteriores	Número de diagonales de un vértice	Número total de diagonales
$S_i = 180°(n - 2)$	$S_e = 360°$	$D_{1V} = n - 3$	$D = \frac{n(n-3)}{2}$

Ejemplo

En un heptágono ($n = 7$):

- $S_i = 180°(7 - 2)$
  $= 180° \times 5 = 900°$
- $D_{1V} = 7 - 3 = 4$
- $S_e = 360°$
- $D = \frac{7(7-3)}{2} = \frac{7(4)}{2} = 14$

Ten en cuenta

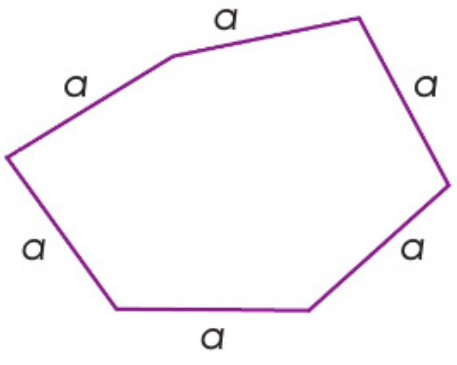
Denominación de los polígonos

N° de lados	Nombre
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Nonágono
10	Decágono
11	Endecágono
12	Dodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono
30	Tricontágono

Clasificación por la medida de sus elementos

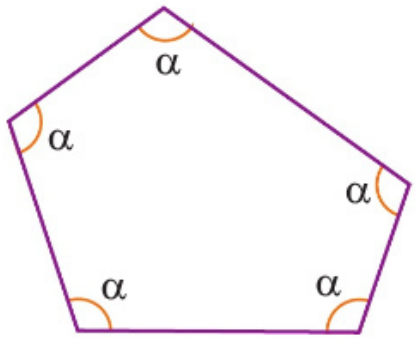
Polígono convexo

Todos sus lados son de igual longitud.



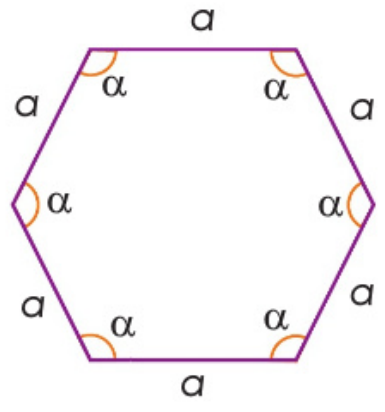
Polígono equiángulo

Todos sus ángulos son de igual medida.



Polígono regular

Es equilátero y equiángulo.



Resolviendo: (Problema introductorio)

Dibuja un octógono de 20 cm de lado y verás que todo el ancho mide 48 cm. Entonces el lado de la lámina debe ser aproximadamente 50 cm.

Ejemplo 1

Calcula la suma de los ángulos interiores de un pentágono.

Resolviendo:

Pentágono: $n = 5$

$$S\measuredangle i = 180°(n - 2)$$

$$S\measuredangle i = 180°(5 - 2)$$

$$\Rightarrow S\measuredangle i = 540°$$

Ejemplo 2

Calcula el número de diagonales trazadas desde un vértice de un hexágono.

Resolviendo:

Hexágono: $n = 6$

$$D_1 = n - 3$$

$$D_1 = 6 - 3 \Rightarrow D_1 = 3$$

Ejemplo 3

Calcula el número total de diagonales del decágono.

Resolviendo:

Decágono: $n = 10$

$$D_T = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$D_T = \frac{10(10-3)}{2} \Rightarrow D_T = 35$$

Nivel básico

1 **Dibuja** un polígono equiángulo de 6 lados.

2 **Calcula** el número total de diagonales en el nonágono.

3 **Calcula** la suma de las medidas de los ángulos internos del dodecágono.

4 Dos ángulos internos de un pentágono son rectos y los tres restantes son de igual medida. **Calcula** la medida de un ángulo interior que no es recto.

5 **Calcula** el número de diagonales trazadas desde un vértice del icoságono.

Nivel intermedio

6 **Calcula** la medida de un ángulo exterior de un nonágono equiángulo.

7 En cierto polígono, el número total de diagonales es igual al duplo del número de sus lados. ¿De qué polígono se trata?

8 En un polígono, la suma de ángulos internos con la suma de ángulos externos es igual a 1980°. ¿De qué polígono se trata?

9 **Dibuja** un decágono con todos sus elementos.

10 En un polígono, al aumentar en 2 el número de lados, aumenta en 11 el número de diagonales. **Calcula** la suma de sus ángulos internos.

Nivel avanzado

11 Si el número de lados de un polígono regular aumenta:

I. El número de diagonales aumenta.

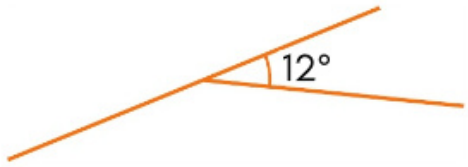
II. La medida del ángulo exterior disminuye.

III. La medida del ángulo interior disminuye.

12 ¿Cuál de los siguientes ángulos no puede ser el ángulo exterior de un polígono regular?

A) 36° B) 25° C) 18°

13 La figura muestra parte de un polígono regular. ¿Cuántos lados tiene?



14 Si el número de lados de un heptágono regular aumenta en 2, ¿en cuánto aumenta la medida de cada ángulo interior?

Tarea

1 **Calcula** la suma de los ángulos internos del pentadecágono.

2 **Dibuja** un nonágono equiángulo.

3 **Calcula** la medida de un ángulo exterior del icoságono equiángulo.

4 En cierto polígono, el número total de diagonales es igual al triple del número de sus lados. **Calcula** la suma de sus ángulos internos de dicho polígono.

Reforzando - Unidad 4

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Respecto a los cuadriláteros podemos afirmar que:

I. Tienen cuatro lados.

II. Todos sus ángulos interiores miden menos de 180°.

III. Pueden tener los cuatro lados de igual longitud.

A) Solo I B) I y II C) I y III D) I, II y III

2 Relaciona el nombre del polígono con el números de sus lados:

a) Hexágono 1. 10
b) Decágono 2. 5
c) Nonágono 3. 6
d) Pentágono

A) a-3; b-1; c-2 B) a-3; b-1; d-2
C) a-3; d-1; d-2 D) a-3; c-1; d-2

3 El cuadrilátero que tiene dos lados opuestos paralelos se denomina:

A) Trapezoide B) Paralelogramo
C) Romboide D) Trapecio

4 Completa.

El _____ es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados _____ y cuatro ángulos _____.

A) Rombo – paralelos - rectos
B) Rombo – paralelos - iguales
C) Rectángulo – paralelos - rectos
D) Rectángulo – diferentes - rectos

5 ¿Cuál no es una característica de un rombo?

A) Dos pares de lados paralelos.
B) Dos diagonales de igual longitud.
C) Ángulos opuestos iguales.
D) Diagonales perpendiculares.

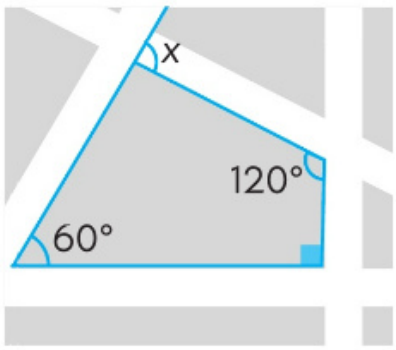
6 ¿Cuál no es una característica de un pentágono?

A) Tiene 5 diagonales.
B) Tiene 5 vértices.
C) Sus ángulos internos suman 360°.
D) Tiene 5 lados.

7 En un cuadrilátero ABCD, los ángulos A y B miden 140° y 80°, respectivamente. ¿Cuánto mide el ángulo formado por las bisectrices de los otros dos ángulos?

A) 110° B) 120° C) 130° D) 140°

8 Este es el plano del barrio donde vive Pepe. ¿Cuánto mide el ángulo designado con x?

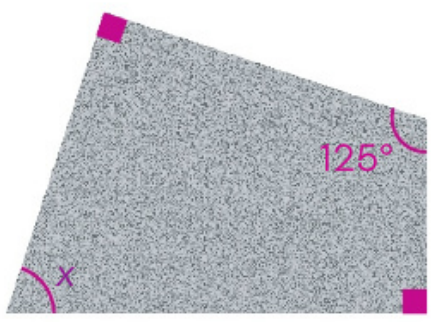


A) 80° B) 100°
C) 95° D) 88°

9 ¿Cuántos centímetros de tubería se necesita para confeccionar este arco de fútbol?

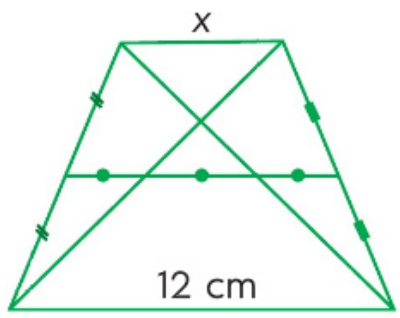
A) 880 B) 820
C) 560 D) 840

10 Una losa de granito se ha cortado en la forma mostrada. ¿Cuánto mide el ángulo designado con x?



A) 75° B) 65° C) 78° D) 55°

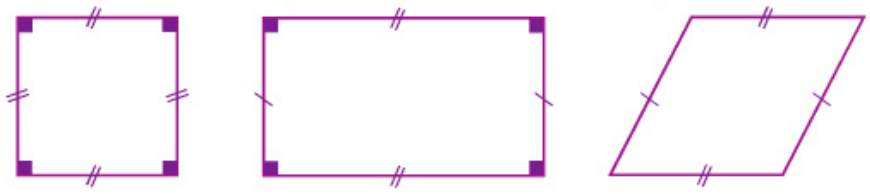
11 Determina el valor de x.



A) 4 cm B) 5 cm
C) 6 cm D) 7 cm

12 Indica el nombre de cada figura mostrada:

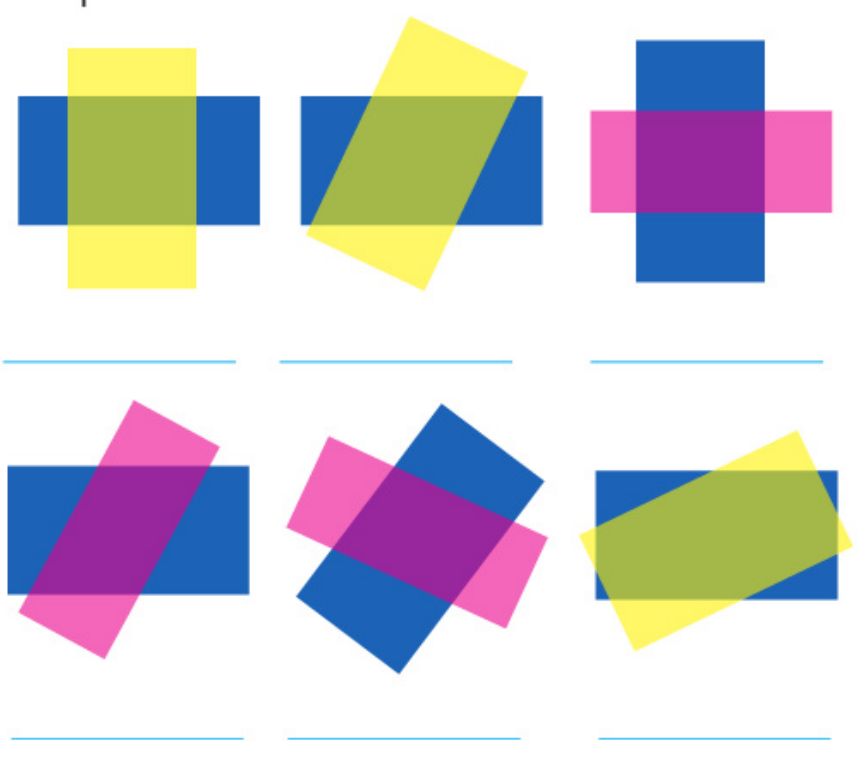
a) b) c)



_____ _____ _____

13 Leonor juega con tres piezas rectangulares de vidrio a color, superponiéndolas de dos en dos. Las piezas azul y amarilla son de igual ancho y la roja es más angosta que las otras.

En cada caso escribe el nombre de la figura que se forma en la intersección.



_____ _____ _____

_____ _____ _____

14 Traza las diagonales de los siguientes cuadriláteros:

15 Escribe en el recuadro el número de diagonales correspondiente al polígono:

Cuadrilátero ☐ Pentágono ☐

Hexágono ☐ Heptágono ☐

16 ¿Qué diferencia encuentras entre un paralelogramo y un trapecio?

17 Completa los espacios en blanco:

a) El cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos se llama _____.

b) El cuadrilátero que no tiene lados paralelos se llama _____.

c) El cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos se llama _____.

d) El cuadrilátero es un polígono que tiene _____ lados.

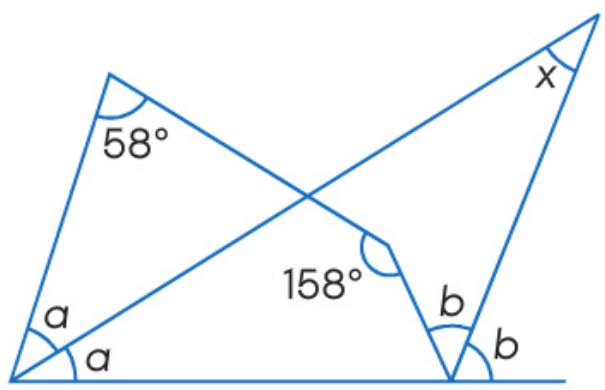
18 Si un trapecio tuviera dos ángulos internos de 90°, ¿qué nombre le pondrías? Ilustra tu respuesta.

19 Demuestra que la suma de los ángulos interiores de un pentágono es 540°. No vale utilizar fórmula.

20 Demuestra gráficamente que si los lados de un hexágono son de igual longitud, sus ángulos no necesariamente tienen la misma medida.

21 Se superpone un pentágono regular con un hexágono regular, ambos con lados de igual longitud y haciendo coincidir uno de ellos. ¿Qué ángulo forman los lados que tienen un extremo común.

22 En la figura, determina el valor de x.



Autoevaluación

1 Respecto a los cuadriláteros podemos afirmar que:

I. Tienen cuatro lados.

II. Todos sus ángulos interiores miden menos de 180°.

III. Pueden tener los cuatro lados de igual longitud.

A) Solo I B) I y II
C) I y III D) I, II y III

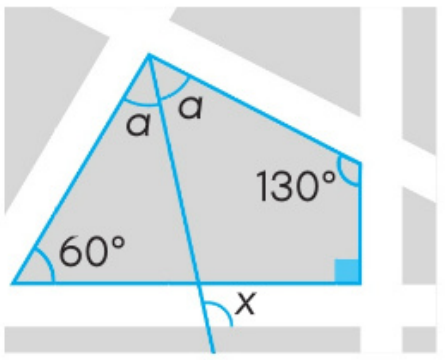
2 Calcula el número de diagonales de cada uno de los siguientes polígonos:

a) Hexágono b) Decágono
c) Nonágono d) Pentágono

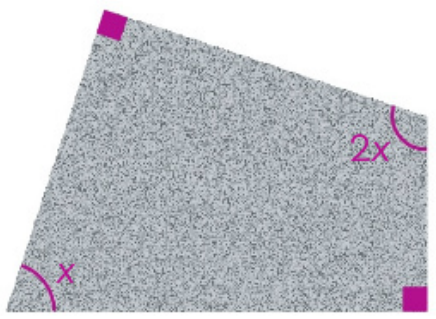
3 Dibuja un cuadrado utilizando regla sin graduar y compás.

4 Salma ha recortado, en papel celofán, un octógono regular y lo ha doblado por una de sus diagonales. ¿Cuánto mide el ángulo designado con *a*?

5 Este es el plano del barrio donde vive Samuel. ¿Cuánto mide el ángulo designado con *x*?



6 Una losa de granito se ha cortado en la forma mostrada. Determina el valor de *x*.



Triángulos y cuadriláteros

La Circunferencia

Donato quiere saber qué cantidad de alambre puede enrollar en este carrete, y como no puede medir el diámetro del núcleo o bobina, mide su circunferencia con un hilo y luego mide la longitud del hilo.

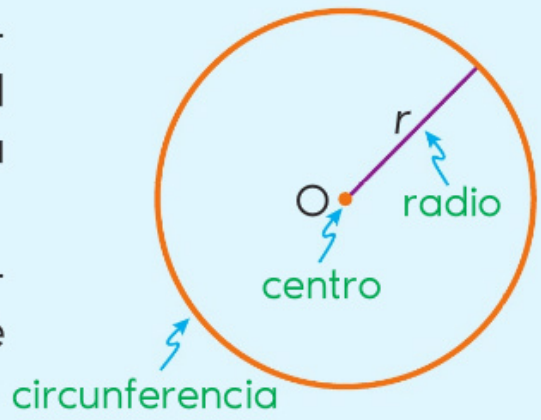
VIDEO DE TEORÍA

Responde:

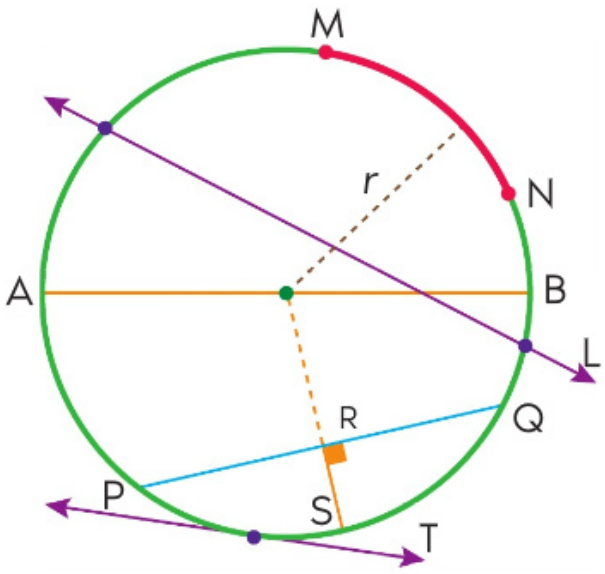
Si el hilo mide 157 cm, ¿cuánto mide el diámetro? _____

La circunferencia es una figura geométrica formada por todos los puntos del plano que están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro.

La línea que une el centro con cualquier punto de la circunferencia se llama radio.



Elementos asociados a la circunferencia

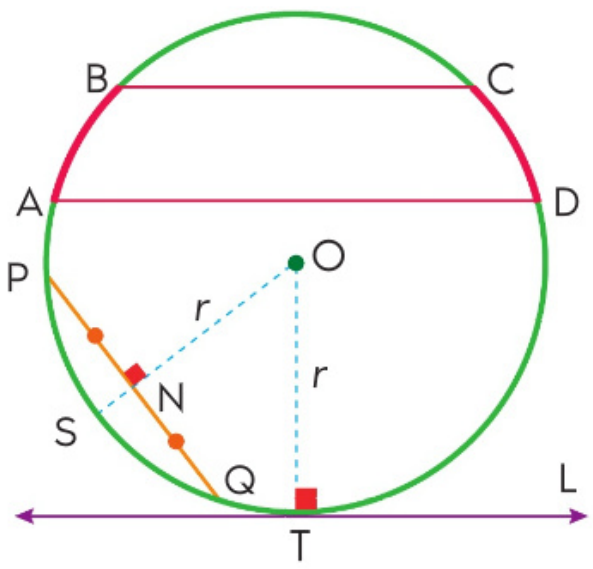


- $\overline{AB}$: Diámetro

  $AB = 2r$

- $\overline{PQ}$: Cuerda
- $\overline{RS}$: Flecha o sagita
- $\overset{\frown}{MN}$: Arco
- $\overleftrightarrow{L}$: Recta secante
- $\overleftrightarrow{T}$: Recta tangente

Propiedades de la circunferencia



- Cuerdas paralelas determinan arcos congruentes y viceversa.

  $\overline{AD} \,//\, \overline{BC} \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{BC}$

- Cuerdas de igual longitud determinan arcos congruentes.

  $BC = PQ \Leftrightarrow \overset{\frown}{BC} \cong \overset{\frown}{PQ}$

- Si $\overleftrightarrow{L}$ es tangente $\Rightarrow \overline{OT} \perp \overleftrightarrow{L}$
- Si $\overline{OS} \perp \overline{PQ} \Rightarrow PN = NQ$

Ten en cuenta

El número pi y la longitud de la circunferencia

El número más famoso e importante de la matemática se llama pi y se simboliza por π.

Es un número que está en todas partes, y para conocer su valor basta medir la circunferencia de un tarro de leche y dividirla entre su diámetro.

La circunferencia de cualquier objeto circular, por más grande o chico que sea, dividida entre su diámetro siempre nos da el valor del número pi.

En este tarro de leche:

$L = 22$ cm
$D = 2r = 7$ cm
$\Big\} \frac{22}{7} = 3{,}14...$

$\frac{L}{2r} = \pi \Rightarrow L = 2\pi r$

L : Longitud de la circunferencia.

r : Radio

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Resolviendo: (Problema introductorio)

La longitud de la circunferencia mide 157 cm, entonces al dividir entre el diámetro nos da el número pi:

$$\frac{157}{D} = \pi \Rightarrow \frac{157}{\pi} = D \Rightarrow D = \frac{157}{3{,}14}$$

$$D = 50 \text{ cm}$$

Ejemplo 1

Calcula la longitud de la circunferencia cuyo radio mide 6 cm.

Resolviendo:

Dato: $r = 6$ cm

Longitud de la circunferencia: $L = 2\pi(6)$

$$\Rightarrow L = 12\pi \text{ cm}$$

Ejemplo 2

La longitud de una circunferencia mide 16π cm. ¿Cuánto mide su radio?

Resolviendo:

Dato: $L = 16\pi$ cm

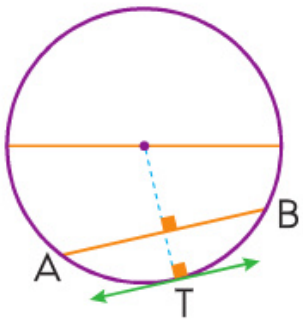
$$2\pi r = 16\pi \text{ cm} \Rightarrow r = 8 \text{ cm}$$

Ejemplo 3

La cuerda AB es paralela a la recta tangente L en el punto T, entonces es cierto:

I. Los arcos AT y BT son congruentes.
II. El radio que va al punto de tangencia es perpendicular a la cuerda.
III. La cuerda es paralela al diámetro que se ha trazado.

Resolviendo:

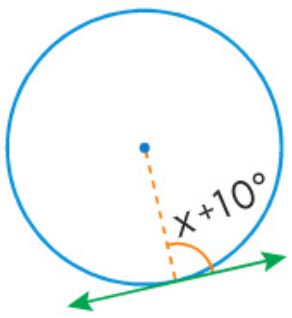


I. (V)
II. (V)
III. (F)

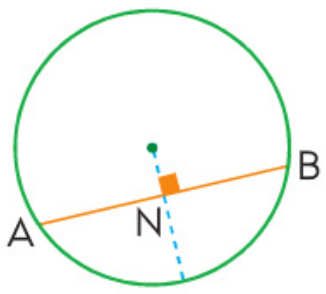
Rpta.: Solo I y II

Nivel básico

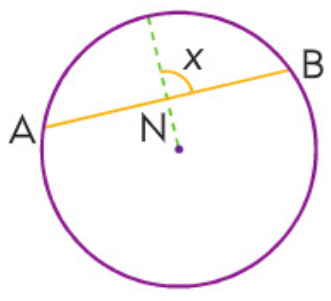
1 En la figura, **determina** el valor de x.



2 En la figura, AB = 6 cm.
Determina AN.

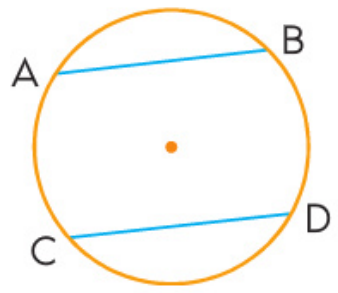


3 En la figura, AN = NB.
Determina el valor de x.



Enunciado 1

En la figura, las cuerdas AB y CD son paralelas.



4 Si AB = 4 cm, entonces podemos asegurar que:

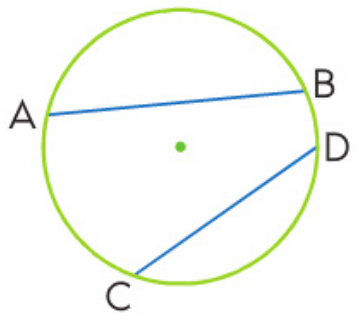
I. CD = 4 cm.
II. Los arcos AB y CD son congruentes.
III. Los arcos AC y BD son congruentes.

5 Si se traza un diámetro perpendicular a la cuerda AB, entonces:

I. El diámetro también es perpendicular a la cuerda CD.
II. Divide a las dos cuerdas en dos segmentos congruentes.
III. El diámetro queda dividido en tres segmentos congruentes.

Enunciado 2

En la figura, la cuerda AB es más larga que CD.



GENIO MATIC

Nivel intermedio

6 Respecto a las cuerdas, es cierto:

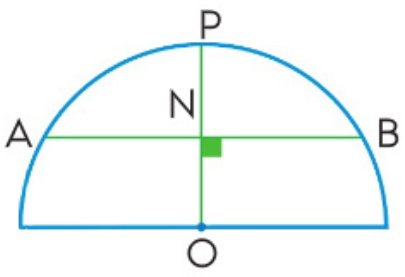
I. AB está más cerca al centro que CD.
II. El arco AB es más largo que el arco CD.
III. El arco AC es más largo que el arco BD.

7 Es verdad que:

I. Las cuerdas nunca podrán ser paralelas.
II. Las cuerdas nunca estarán a igual distancia del centro.
III. Los arcos AC y BD nunca serán congruentes.

Enunciado 3

La figura es una semicircunferencia de centro O.



8 Respecto a la figura, es cierto:

I. AN = NB II. ON = NP
III. $\overline{OP}$ mide la mitad del diámetro.

9 En la figura podemos asegurar que:

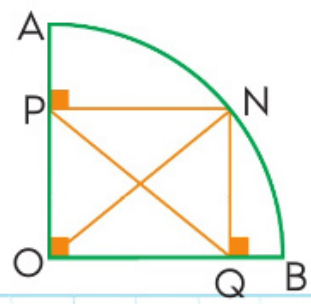
I. Si AB = 5 cm ⇒ OP < 5 cm.
II. Si N es punto medio de $\overline{OP}$ entonces AB mide la mitad del diámetro.
III. Los arcos AP y PB son congruentes.

10 En la figura podemos asegurar que:

I. Nunca ON será más largo que NP.
II. Si AN = 6 cm ⇒ AB = 12 cm.
III. AB y OP nunca podrán ser iguales.

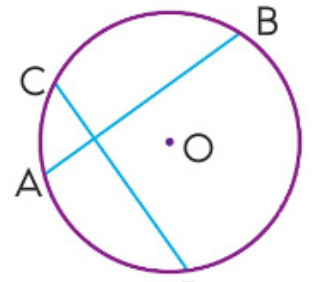
Nivel avanzado

11 La figura es un cuadrante de centro O. **Califica** como verdadero (V) o falso (F) las siguientes proposiciones:



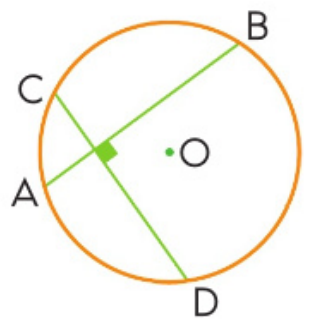
a) OA = PQ ( )
b) PQ = OB ( )
c) PQ = ON ( )

12 Las cuerdas AB y CD son congruentes. Entonces:



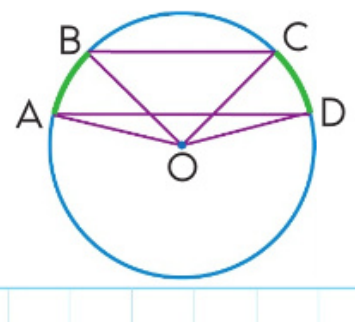
I. $\overset{\frown}{CD} \cong \overset{\frown}{AB}$
II. $\overset{\frown}{CB} \cong \overset{\frown}{AD}$
III. CD ⊥ AB

13 En la figura, podemos asegurar que:



I. $\overset{\frown}{CD} \cong \overset{\frown}{AB}$
II. $\overset{\frown}{CB} \cong \overset{\frown}{AD}$
III. CD = AB

14 En la figura, los arcos AB y CD son congruentes, entonces:

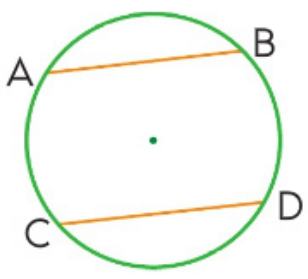


I. m∡AOB = m∡COD
II. $\overline{BC}$ // $\overline{AD}$
III. m∡BOC = 90°

Tarea

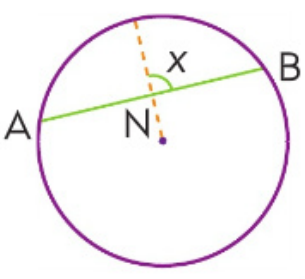
1 **Calcula** la longitud de la circunferencia de radio 10 cm.

2 En la figura, los arcos AB y CD son congruentes. Entonces las cuerdas AB y CD son:



3 **Calcula** la longitud de la circunferencia de 12 cm de diámetro.

4 En la figura, AN = 8 cm y AB = 16 cm. **Determina** el valor de *x*.



Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

La circunferencia

Ángulos en la circunferencia

Arnaldo piensa que a las 12:15 las manecillas del reloj forman un ángulo recto, pero Graciela le hace notar que si bien el minutero barrió 90° desde las 12:00, el horario también se ha movido.

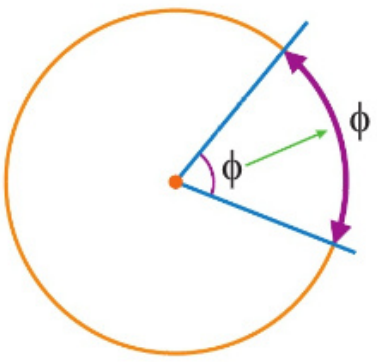
VIDEO DE TEORÍA

Responde:

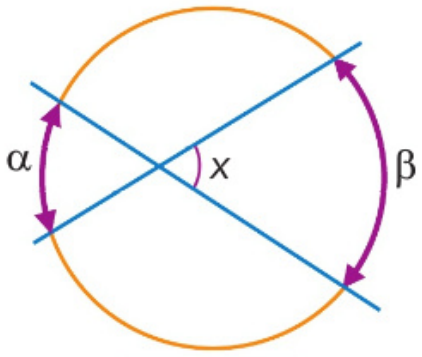
¿Qué ángulo forman las manecillas del reloj a las 12:15? _____

El arco de una circunferencia es un fragmento de ella comprendido entre dos puntos, el cual se puede medir en unidades angulares y unidades de longitud. Su medida angular está relacionada con la de diversos ángulos cuyos lados se intersecan con la circunferencia.

Ángulo central

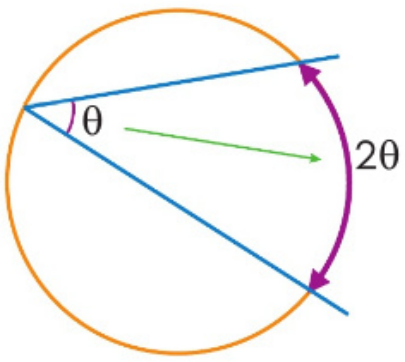


Ángulo interior

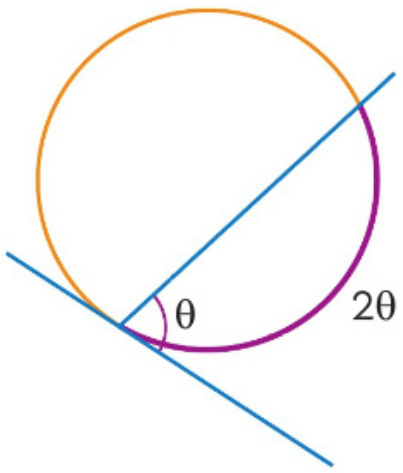


$$x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

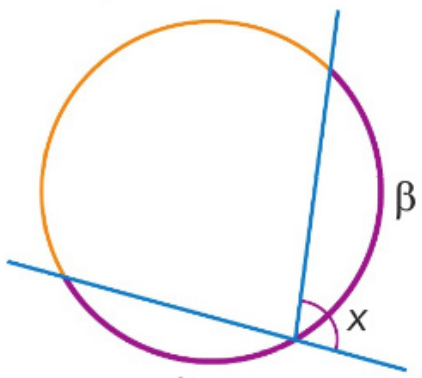
Ángulo inscrito



Ángulo semiinscrito

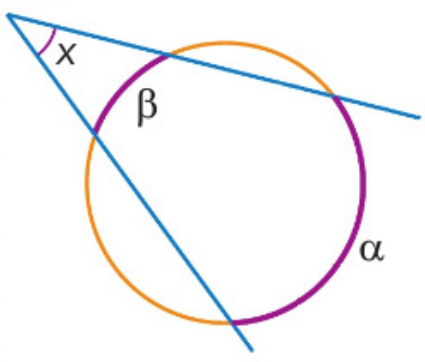


Ángulo exinscrito



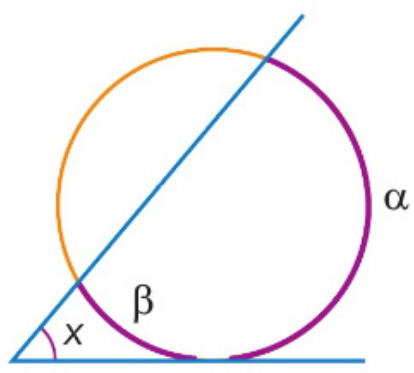
$$x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

Ángulo exterior 2 secantes



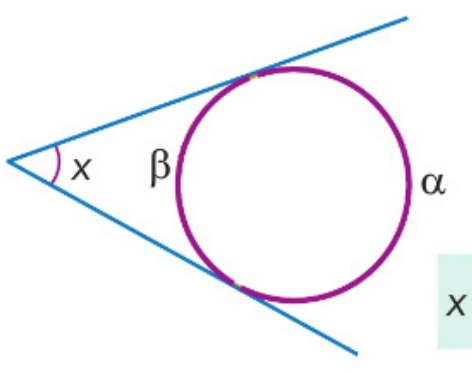
$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Ángulo exterior secante y tangente



$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

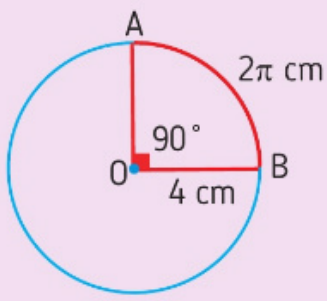
Ángulo exterior 2 tangentes



$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Ten en cuenta

Medición del arco de circunferencia



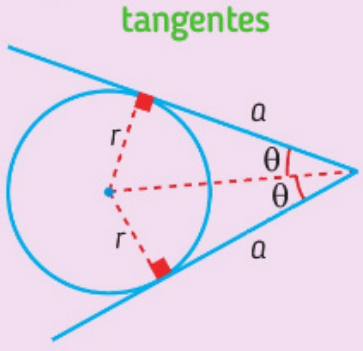
La longitud del arco de circunferencia se mide en unidades de longitud, mientras que su curvatura se mide en unidades angulares.

La longitud de la circunferencia es $2\pi(4) = 8\pi$ cm, la longitud del arco AB es la cuarta parte, entonces mide 2π cm.

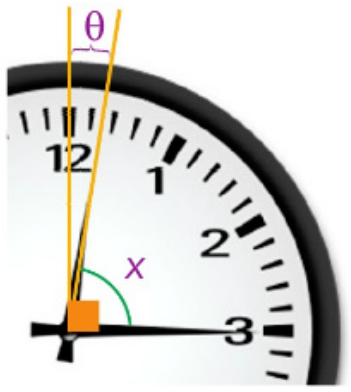
La curvatura del arco AB mide 90°, por ser la cuarta parte de toda la vuelta, que mide 360°.

En este capítulo vamos a tratar con la medida de la curvatura de los arcos y su relación con los ángulos que se forman en la circunferencia.

Ángulo formado por las tangentes



Resolviendo: (Problema introductorio)



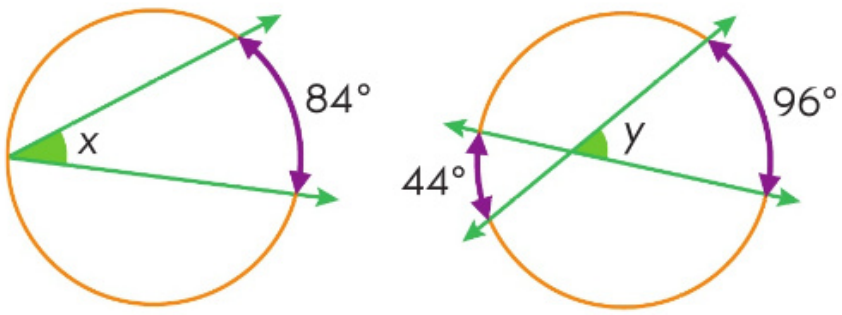
Cuando el minutero da la vuelta, el horario avanza 30°. Como el minutero avanzó 1/4 de vuelta, el horario avanzó:

$$\theta = 30° \div 4 = 7{,}5°$$

$$\therefore\ x = 90° - 7{,}5° = \boxed{82{,}5°}$$

Ejemplo 1

A partir de las figuras, **calcula** $x + y$:



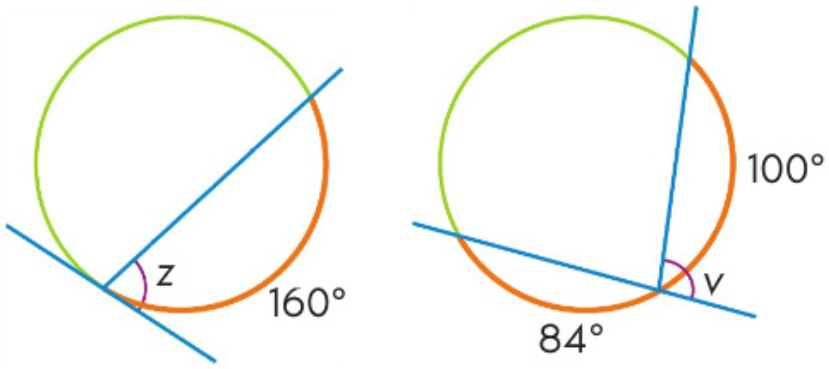
Resolviendo:

- $2x = 84° \Rightarrow x = 42°$
- $y = \dfrac{96° + 44°}{2} = \dfrac{140°}{2} \Rightarrow y = 70°$

$\therefore\ x + y = 42° + 70° = \boxed{114°}$

Ejemplo 2

A partir de las figuras, **calcula** $z + v$:



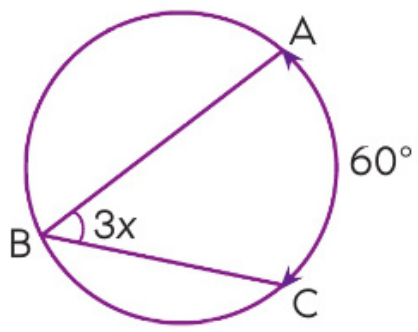
Resolviendo:

- $2z = 160° \Rightarrow z = 80°$
- $v = \dfrac{100° + 84°}{2} = \dfrac{184°}{2} \Rightarrow v = 92°$

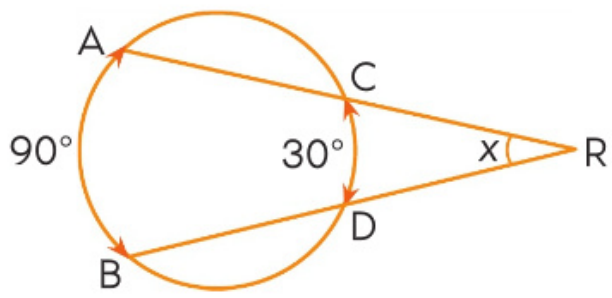
$\therefore\ z + v = 80° + 92° = \boxed{172°}$

Nivel básico

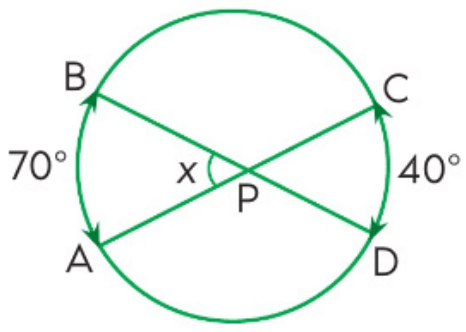
1 **Calcula** el valor de x.



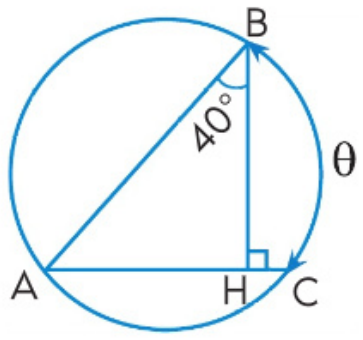
3 **Calcula** el valor de x.



2 **Calcula** el valor de x.

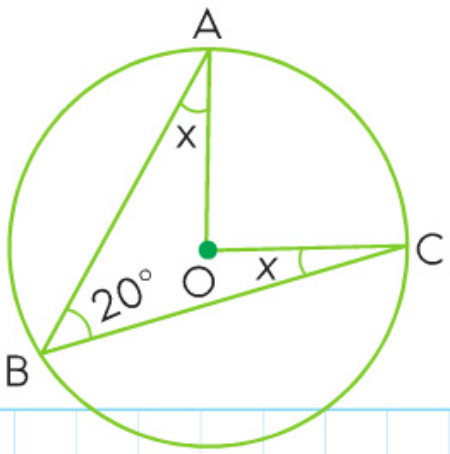


4 **Calcula** el valor de θ.



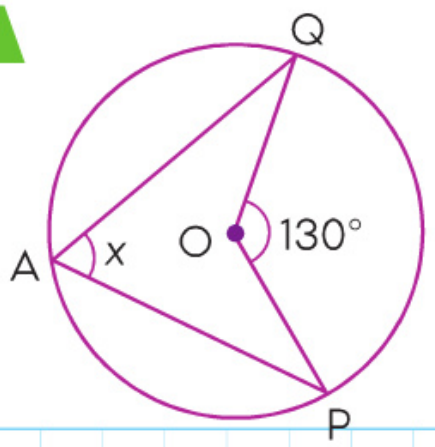
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

5 **Calcula** x si O es centro.

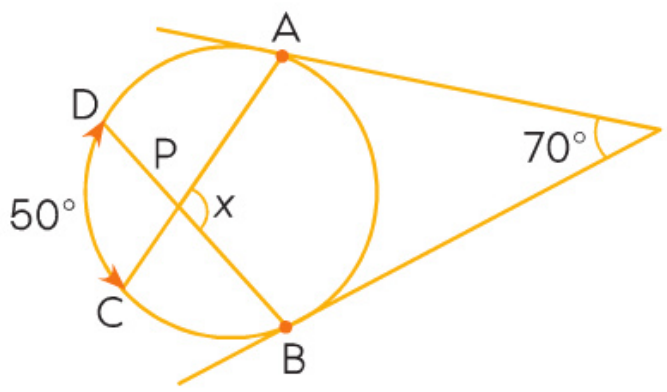


Nivel intermedio

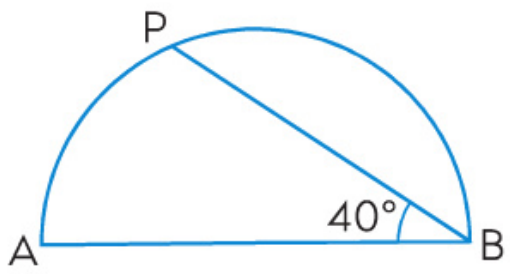
6 **Calcula** el valor de x.



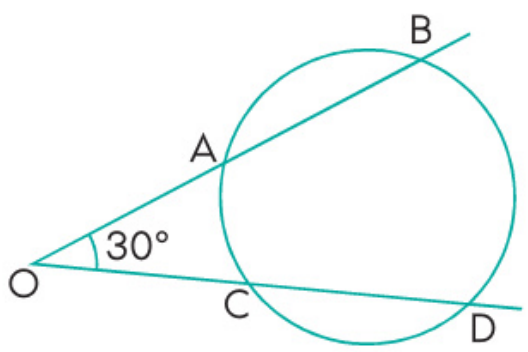
7 **Calcula** x si A y B son puntos de tangencia.



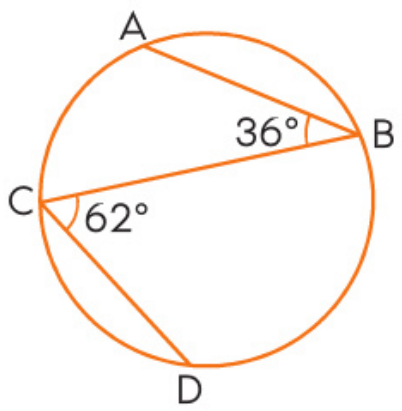
8 En la figura, AB es diámetro de la semicircunferencia. ¿Cuánto mide el arco PB?



9 En la figura, AB = CD y el arco BD mide 140°. ¿Cuánto mide el arco CD?



10 Si AB = CD, ¿cuánto mide el arco AB?

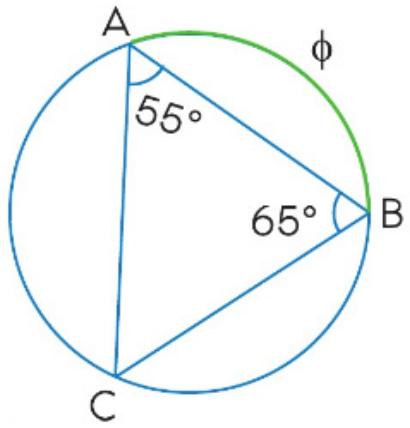


Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

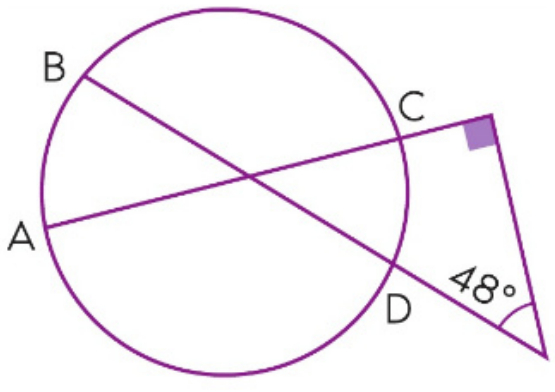
GENIOMATIC

Nivel avanzado

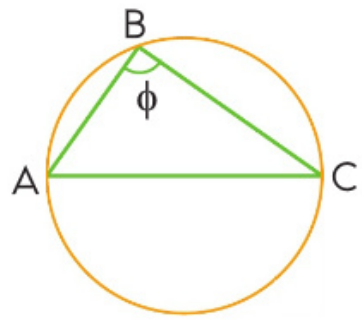
11 En la figura, ¿cuánto mide el arco AB?



12 En la figura, el arco AB mide 56°, ¿cuánto mide el arco CD?



13 En la figura:

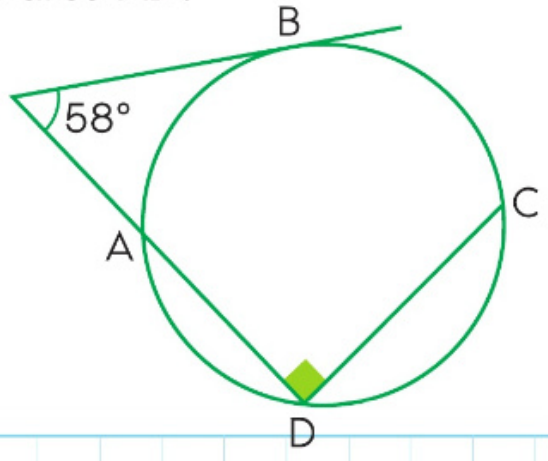


I. Si $\phi = 90°$ entonces $\overline{AC}$ pasa por el centro de la circunferencia.

II. Si $\overline{AC}$ es diámetro, entonces $\phi = 90°$.

III. Si AB = BC entonces $\phi = 90°$.

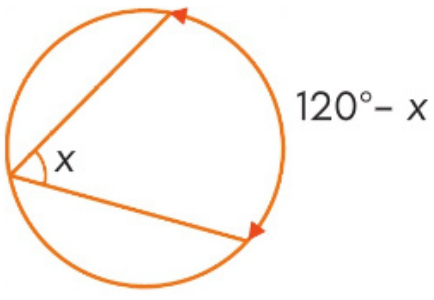
14 En la figura, el arco AB mide 88°. ¿Cuánto mide el arco AD?



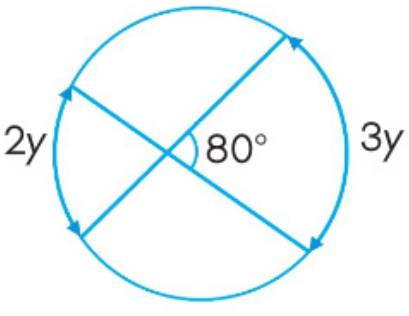
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Tarea

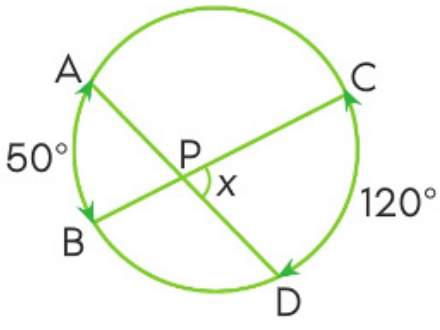
1 En la figura, **calcula** el valor de *x*.



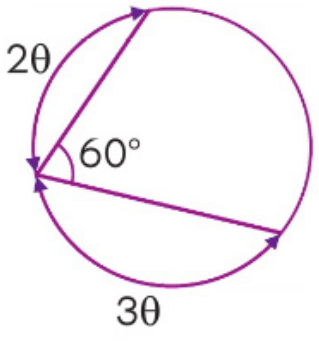
2 En la figura, **calcula** el valor de *y*.



3 En la figura, **calcula** el valor de *x*.



4 **Calcula** el valor de θ.



Segmentos

Unidades de longitud

Aldo y sus amigos viven en una aldea, y todos los días van a estudiar al centro poblado, distante 4 km. Cuando van es de bajada y llegan al colegio corriendo y sin descansar. De vuelta en la tarde descansan en la subida cada 500 metros.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántas veces descansan antes de llegar a casa? _____

La unidad de longitud es el metro, con sus múltiplos y submúltiplos.

El metro es parte del Sistema Internacional de Unidades y proviene del Sistema Métrico Decimal. Por esta razón, sus múltiplos y submúltiplos se forman de 10 en 10.

Múltiplos y submúltiplos del metro

Unidad	**MÚLTIPLOS** (Mayores que el metro)			
m	dam	hm	km	Mm
1	10 m	100 m	1 000 m	10 000 m
metro	decámetro	hectómetro	kilómetro	miriámetro

SUBMÚLTIPLOS (Menores que el metro)			Unidad
mm	cm	dm	m
0,001 m	0,01 m	0,1 m	1
milímetro	centímetro	decímetro	metro

Resolviendo: (Problema introductorio)

- 4 km = 4000 m
- Hay 4000÷500 = 8 tramos de 500 m.

  ⇒ Descansan 7 veces, puesto que luego del último tramo ya están en casa.

Rpta.: 7 veces

Ejemplo 1

Con una wincha, mido en metros y centímetros:

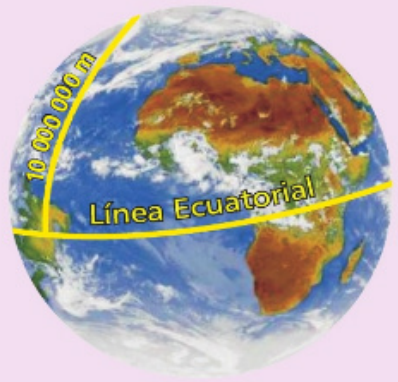
	Metros	Centímetros
Largo de mi libro		
Largo de la pizarra		
Largo del salón		

Ten en cuenta

Distancia del polo norte a la línea ecuatorial

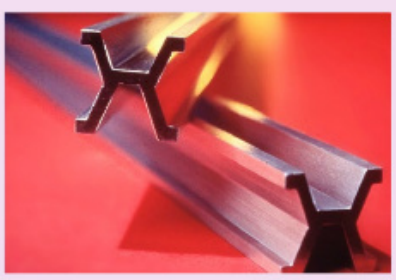
En 1791, la Academia Francesa de Ciencias creó el metro dividiendo en 10 millones de partes la distancia desde el Polo Norte a la Línea Ecuatorial Terrestre.

Por esta razón un cuadrante terrestre mide aproximadamente 10 millones de metros y toda la circunferencia de la Tierra, 40 millones de metros.



Metro Patrón

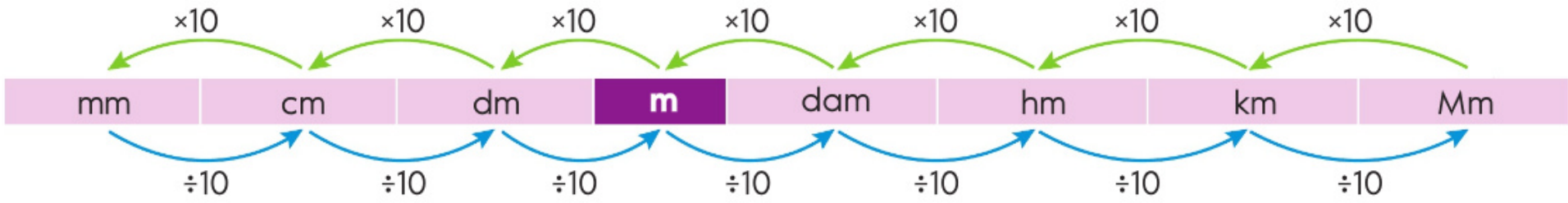
El metro patrón está hecho de platino e iridio y se guarda en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (Francia).



Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Conversión de unidades

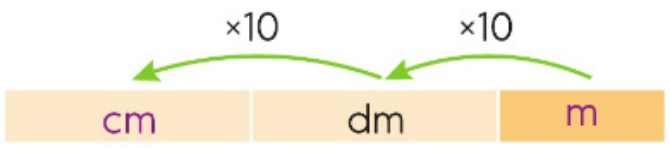
Para convertir de una unidad a otra podemos utilizar el siguiente esquema:



Ejemplo 2

Convierte 45 m a cm.

Resolviendo:



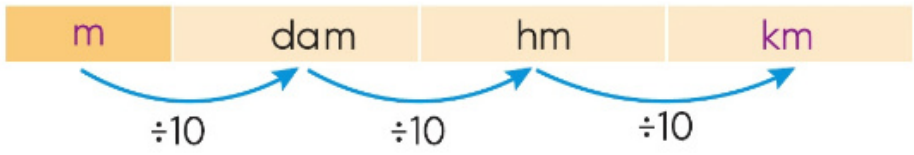
45 m = 45×10×10 = 45×100 = 4 500 cm

∴ 45 m = 4 500 cm

Ejemplo 3

Convierte 3500 m a km.

Resolviendo:



3500 m = 3500÷1000 = 3,5 km

∴ 3500 m = 3,5 km

Nivel básico

1 Una tela de 3,6 metros alcanza para confeccionar tres camisas. ¿Cuántos centímetros de tela se necesita para una camisa?

2 Una avenida consta de 34 cuadras y cada cuadra, de 1,24 hectómetros. ¿Cuántos kilómetros tiene la avenida?

3 En una avenida hay 80 árboles plantados equidistantemente cada 30 metros. ¿Cuántos hectómetros tiene la avenida, si hay un árbol en cada extremo?

4 Un tronco de 24 metros de largo se divide en partes iguales de 40 cm. ¿Cuántos cortes son necesarios?

5 Un lapicero mide 12 cm. ¿Cuántos lapiceros colocados en línea, uno a continuación de otro, miden una longitud de 120 metros?

Nivel intermedio

6 Se colocan planchas de madera de 8 milímetros de espesor, una sobre otra. ¿Qué altura en metros forman 60 planchas?

7 Los postes de luz están ubicados equidistantemente cada 40 metros a lo largo de una de las veredas de una avenida. ¿Qué longitud en kilómetros tiene la avenida, si tiene 60 postes?

8 Una barra de fierro tiene 3,5 metros de largo. En un punto de la barra se ubica una marca que dista 125 cm de uno de los extremos. ¿Cuánto dista en dm del otro extremo?

9 Con tubos de 4,5 metros de largo se desea conducir agua a lo largo de 18 km. ¿Cuántos tubos serán necesarios?

Nivel avanzado

10 Un edificio de 60 pisos tiene 1,92 hectómetros de altura. ¿Qué altura en metros tiene cada piso, si todos poseen la misma altura?

11 Los pasos de Juan miden 50 cm. De su casa a su colegio llega con 180 pasos. ¿Cuántos kilómetros distan la casa y el colegio de Juan?

12 Un ciclista recorre 300 metros por minuto. ¿Cuántos kilómetros recorre en una hora?

Tarea

1 De su ciudad a otra, José llega en tres etapas: primero recorre 12 hm y 30 dam, luego, 1,5 km y 200 m y finalmente, 120 dam y 180 m. ¿Cuánto distan las dos ciudades?

2 Para llegar a mi destino me faltan 324 hectómetros. Si camino 2,5 kilómetros, ¿cuántos metros me faltarán para llegar?

3 Entre dos ciudades que distan 3,6 km hay un puente que dista 1300 metros de una de ellas. ¿A qué distancia, en hectómetros, de la otra ciudad se encuentra el puente?

4 El espesor del papel es 0,1 mm. ¿Qué espesor en dm tiene un millar de papel?

Reforzando - Unidad 5

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Luis ha diseñado la tapa de dos frascos. Las tapas son circulares y sus radios difieren en 2 cm. ¿En cuánto difiere la longitud de sus circunferencias?

A) π B) 2π C) 4π C) 8π

2 Se mide la circunferencia de un cilindro de combustible y el correspondiente radio. Al dividir las dos medidas se debe obtener:

A) π B) 2π C) $\pi/2$ C) 3π

3 De una lámina cuadrada de 50 cm de lado se recorta un círculo máximo. Determina la longitud de la circunferencia de la lámina circular obtenida.

A) 50π cm B) 75π cm
C) 25π cm C) 100π cm

4 Cuando se duplica el radio de una circunferencia, la longitud:

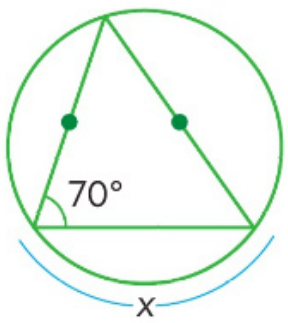
A) Se mantiene B) Se duplica
C) Se triplica C) Se cuadruplica

5 Armando se desplaza por una carretera de 3 km. Si le falta recorrer solo 240 m, ¿cuántos hectómetros ha recorrido?

A) 276 B) 2760
C) 27,6 C) 2,76

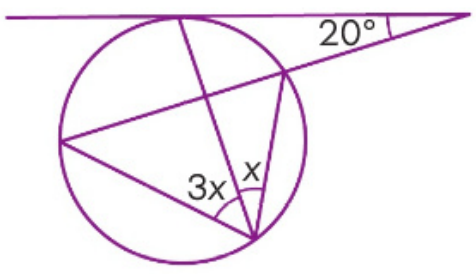
6 ¿Cuánto mide el arco designado con x?

A) 80°
B) 40°
C) 20°
D) 60°



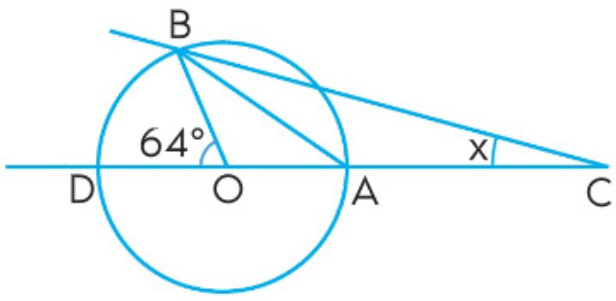
7 Determina el valor de x.

A) 10°
B) 20°
C) 5°
D) 15°



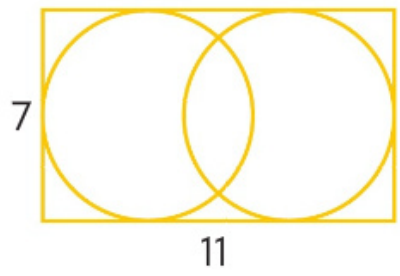
8 En la figura halla el valor de x si AB = AC.

A) 8°
B) 16°
C) 32°
D) 12°
E) 4°



9 El diagrama muestra un rectángulo de dimensiones 7 y 11 que contiene dos círculos. Cada uno de los círculos toca al rectángulo en tres de sus lados. ¿Cuál es la distancia entre los centros de los círculos?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

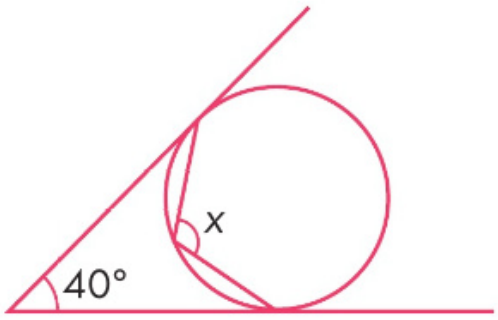


10 Un neumático tiene una circunferencia exterior de 80π cm y una circunferencia interior de 30π cm. ¿Cuánto mide el perfil del neumático?

A) 20 cm
B) 25 cm
C) 30 cm
C) 40 cm

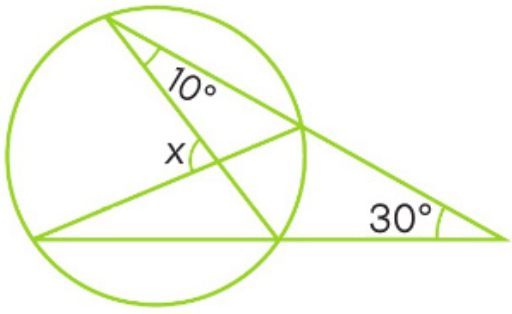
11 Calcula el valor de x en la siguiente figura:

A)100°
B)110°
C)120°
D)130°

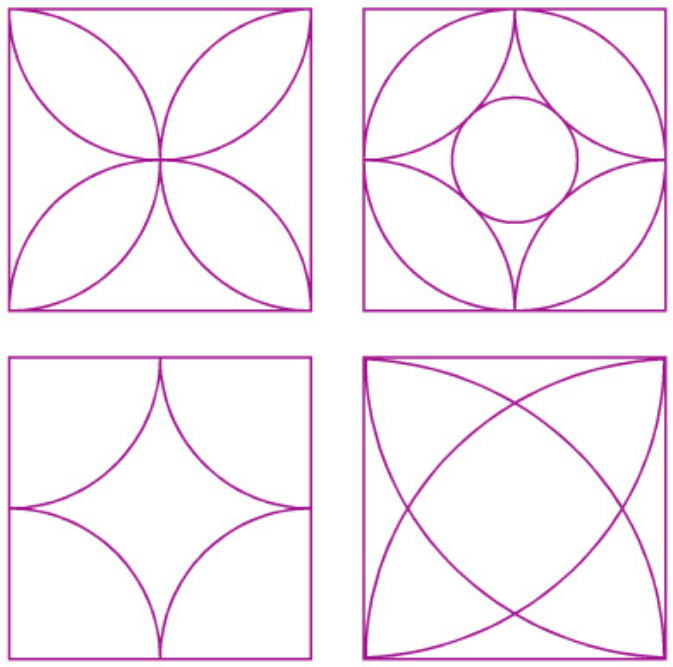


12 Calcula el valor de x en:

A) 50°
B) 55°
C) 45°
D) 40°

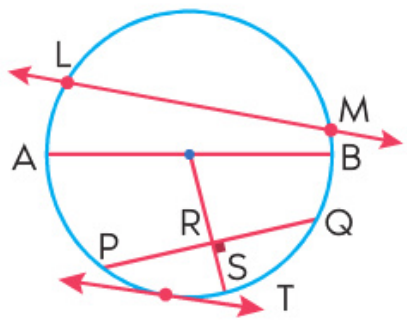


13 Con compás y regla, dibuja las siguientes figuras:



14 ¿Cuántas rectas tangentes a una circunferencia se puede trazar desde un punto exterior a ella?

15 Según la figura, coloca el nombre de los elementos asociados a la circunferencia.



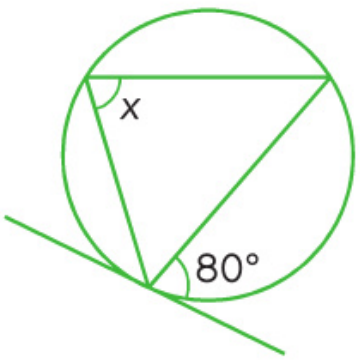
Recta LM: _____

Segmento AB: _____

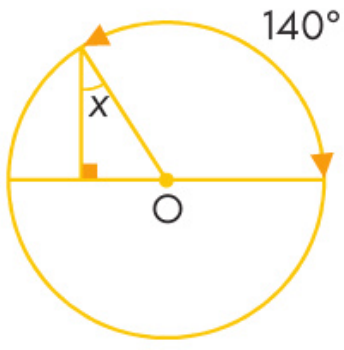
Segmento PQ: _____

Recta T: _____

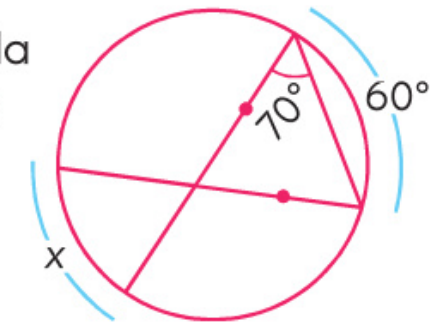
16 ¿Cuánto mide el ángulo designado con x?



17 En la figura, calcula el valor de x.



18 Determina la medida del arco designado con x.



19 El diámetro de la moneda de un Sol mide 25 mm y el de la moneda de 10 céntimos, 20 mm. Determina la distancia entre sus centros en las diferentes posiciones relativas.

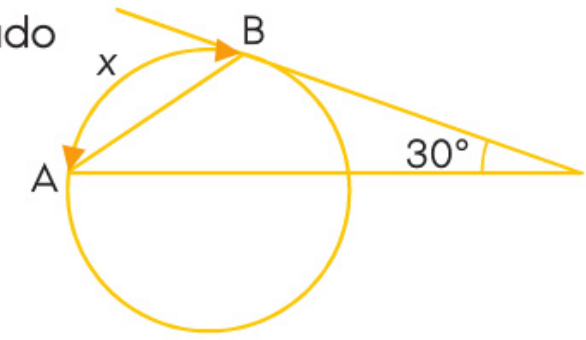
a. Tangentes interiormente

b. Los bordes separados 1 mm

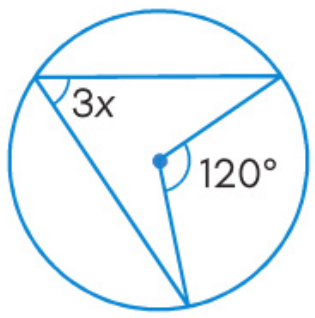
c. Tangentes exteriormente

d. Distantes 10 mm

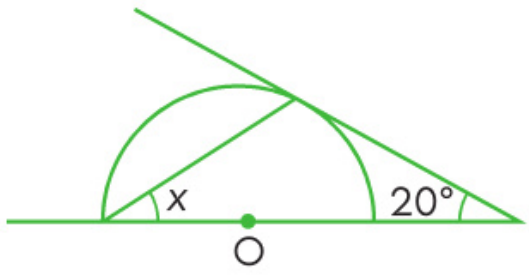
20 ¿Cuánto mide el arco designado con x?



21 Calcula el valor de x.



22 Calcula el valor de x.



GENIO MATIC

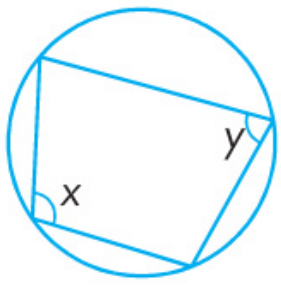
Autoevaluación

1 Si el radio de una circunferencia se alarga en 4 cm, ¿en cuánto aumenta su longitud?

2 Un circuito circular tiene 200 m de diámetro. ¿Qué tiempo tarda un atleta en dar la vuelta corriendo a 314 m/min? (Considera $\pi = 3{,}14$).

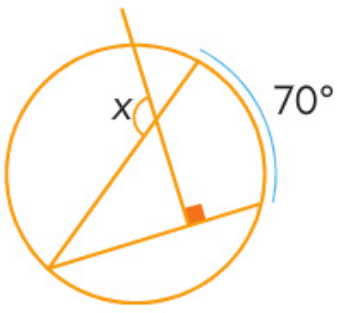
3 Joaquín vive en una aldea que dista 4 km del colegio, y tarda todos los días una hora en ir caminando. Marisol, en cambio, vive a 200 metros del colegio. Caminando al mismo ritmo de Joaquín, ¿qué tiempo tarda en ir al colegio?

4 Demuestra que $x + y = 180°$.



5 En una lámina rectangular de 3,5 cm de largo se ubica una moneda tangente a 3 de sus lados. Si el diámetro de la moneda es 20 mm, ¿qué distancia se debe mover el centro de la moneda hasta que resulte tangente al lado opuesto?

6 En la figura, determina la medida del ángulo designado con x.



7 En los puntos A, B y C de esta plaza se quiere ubicar tres reflectores. Los arcos AB y BC miden 80° y 140°, respectivamente ¿Cuánto mide el ángulo ABC?

Unidades de longitud

Unidades de superficie

Facundo quiere comprar losetas de mármol para pavimentar el piso de su habitación.

Cuando fue a averiguar los precios le dijeron que el decímetro cuadrado de mármol cuesta a S/. 8.

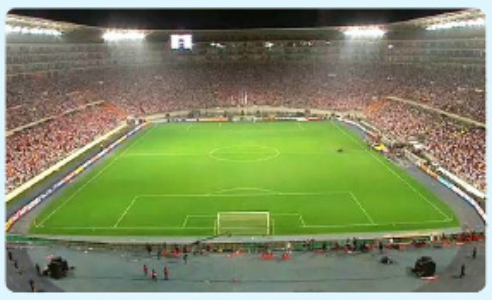
VIDEO DE TEORÍA

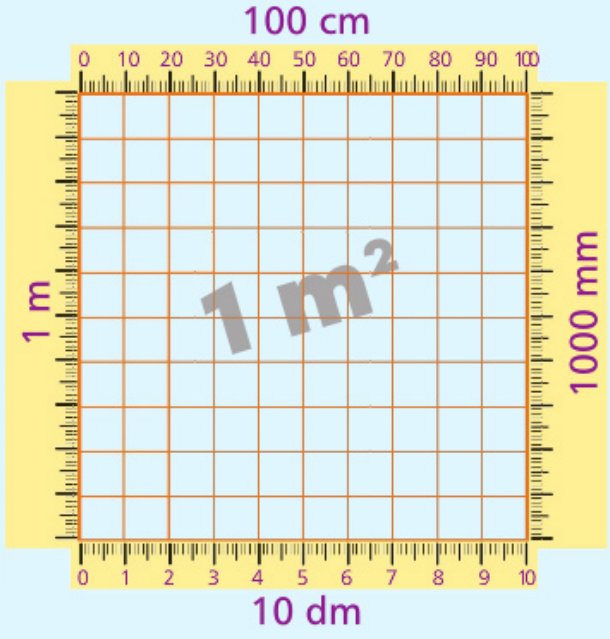
Responde:

Si la habitación tiene 4 m de largo por 3 m de ancho, ¿cuánto tendrá que gastar en las losetas? _____

La unidad de superficie es el metro cuadrado, con sus múltiplos y submúltiplos.

El metro cuadrado es un cuadrado de 1 metro de lado y sirve para medir la extensión de superficies, como los terrenos de cultivo, las paredes, la losa deportiva, etc.





Múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado

Unidad	**MÚLTIPLOS** (Mayores que el metro cuadrado)			
m^2	dam^2	hm^2	km^2	Mm^2
1	100 m^2	10 000 m^2	1 000 000 m^2	100 000 000 m^2
metro cuadrado	decámetro cuadrado	hectómetro cuadrado	kilómetro cuadrado	miriámetro cuadrado

SUBMÚLTIPLOS (Menores que el metro cuadrado)			Unidad
mm^2	cm^2	dm^2	m^2
0,000001 m^2	0,0001 m^2	0,01 m^2	1
milímetro cuadrado	centímetro cuadrado	decímetro cuadrado	metro cuadrado

Resolviendo: (Problema introductorio)

- Área de la habitación: $3 \times 4 = 12\ m^2$
- Averiguamos el costo del metro cuadrado:

  $1\ m = 10\ dm \Rightarrow 1\ m^2 = 10^2\ dm^2 = 100\ dm^2$

  1 dm cuesta S/. 8 $\Rightarrow$ 100 dm^2 cuesta $100 \times 8 = 800$
- Costo de 12 m^2: $12 \times 800 =$ 9600 soles

Ejemplo 1

Mide en metros y centímetros cuadrados:

Área de mi libro	
m^2	cm^2

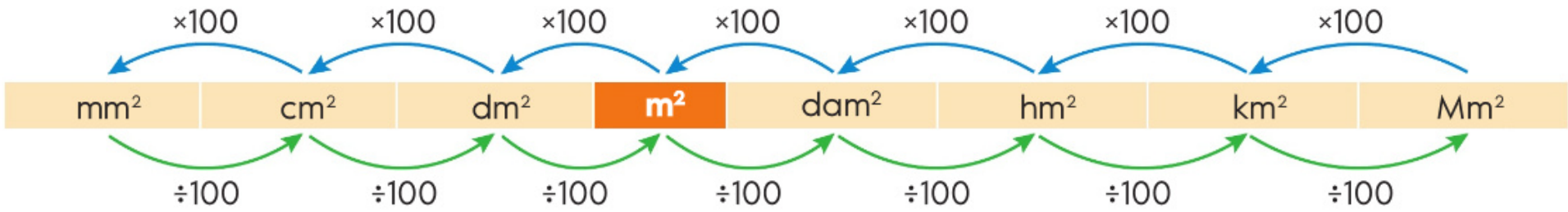
Área de la pizarra	
m^2	cm^2

Área del piso del salón	
m^2	cm^2

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Conversión de unidades

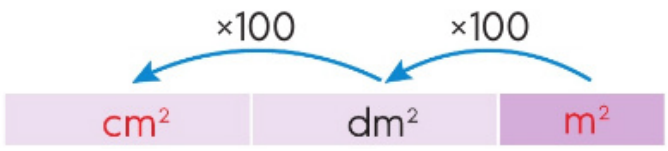
Para convertir de una unidad a otra podemos utilizar el siguiente esquema:



Ejemplo 2

Convierte 6 m^2 a cm^2.

Resolviendo:



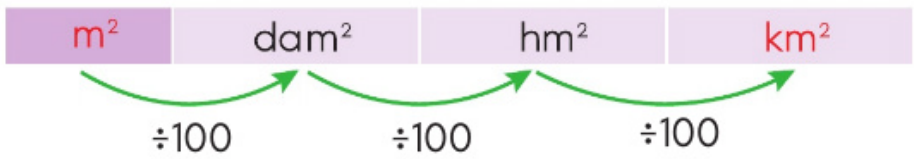
$6\ m^2 = 6 \times 100 \times 100 = 6 \times 100^2 = 60\ 000\ cm^2$

$\therefore\ 6\ m^2 = 60\ 000\ cm^2$

Ejemplo 3

Convierte 48 000 m^2 a km^2.

Resolviendo:



$48\ 000\ m^2 = 48\ 000 \div 1\ 000\ 000 = 0{,}048\ km^2$

$\therefore\ 48\ 000\ m^2 = 0{,}048\ km^2$

Nivel básico

1 Mi escritorio tiene 0,24 metros cuadrados de área. ¿Cuál es su área en centímetros cuadrados?

2 El tamaño A4 de papel mide 21 cm de ancho por 297 mm de largo. ¿Cuál es su área en decímetros cuadrados?

3 El papel se vende en hojas de 61 cm de ancho por 86 cm de largo. ¿Cuántos decímetros cuadrados tiene una hoja?

4 Si el decímetro cuadrado de madera cuesta S/. 2,5, ¿cuánto cuesta un tablón de 1,5 m por 120 cm?

5 Un estadio tiene 2,8 hectómetros cuadrados. ¿Cuál es su área en metros cuadrados?

Nivel intermedio

6 En los 3/4 de un hectómetro cuadrado de terreno se ha sembrado maíz. ¿Cuántos metros cuadrados de este terreno no están sembrados?

7 Se ha comprado 48 metros de tela de 125 cm de ancho. Si para confeccionar un pantalón se necesitan 120 decímetros cuadrados de tela, ¿para cuántos pantalones alcanza la tela comprada?

8 Una lámina de aluminio tiene 2,4 metros de largo por 1,5 metros de ancho. ¿Cuánto cuesta esta lámina, si el decímetro cuadrado de aluminio cuesta S/. 0,25 soles?

9 Para fabricar una mesa se necesitan 4,8 metros cuadrados de madera de una pulgada. Si la madera se vende en tablones de 3 dm por 4 m, ¿cuántos tablones debo comprar?

Nivel avanzado

10 Una pared de 200 metros de largo y altura constante se enchapa con 6400 planchas de madera de 7,5 decímetros cuadrados. ¿Cuál es la altura de la pared?

11 Una mesa rectangular de 2,4 metros cuadrados de área tiene un ancho de 150 cm. ¿Cuál es su largo en decímetros?

12 Un cuadro tiene 120 cm de ancho por 150 cm de largo. ¿Cuál es su área en metros cuadrados?

Tarea

1 En los 2/5 de un kilómetro cuadrado de terreno se ha sembrado caña. ¿Cuántos metros cuadrados de este terreno no están sembrados?

2 Un terreno urbano de 250 metros cuadrados tiene 125 decímetros de ancho. ¿Cuál es su largo?

3 Un piso tiene 18 metros cuadrados y ha sido cubierto con mayólicas de 2 decímetros por 15 centímetros. ¿Cuántas mayólicas se han utilizado?

4 ¿Cuántas losetas de 25 cm de largo por 20 cm de ancho son necesarias para cubrir una pared de 48 metros cuadrados?

GENIOMATIC

Área de regiones triangulares

Triángulos y unidades de área

Jacinto, un ganadero, compró 20 cabezas de carnero y cuando estaba camino a la feria le cayó la noche y no encontró corral para encerrar sus animales, sino un muro de 20 m de largo. Plantó una estaca a 5 m del muro y ató una soga a los extremos del muro. Así hizo el corral.

VIDEO DE TEORÍA

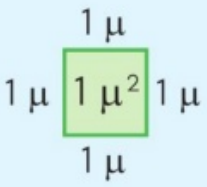
Responde:

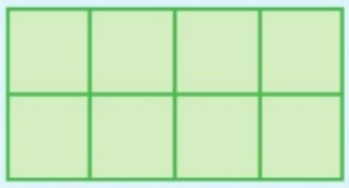
¿Qué área cubre el corral improvisado por Jacinto? _____

El área es la medida de una superficie.

La **unidad** de área es un **cuadrado** y el número de estos cuadrados que caben en una superficie es su área.

Unidad:

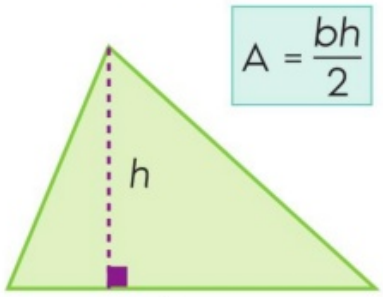




Área de regiones triangulares

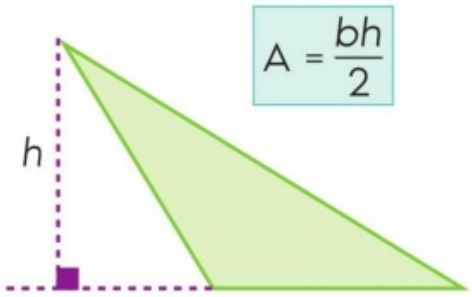
Triángulo acutángulo

$A = \frac{bh}{2}$



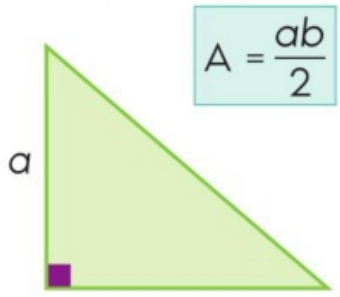
Triángulo obtusángulo

$A = \frac{bh}{2}$

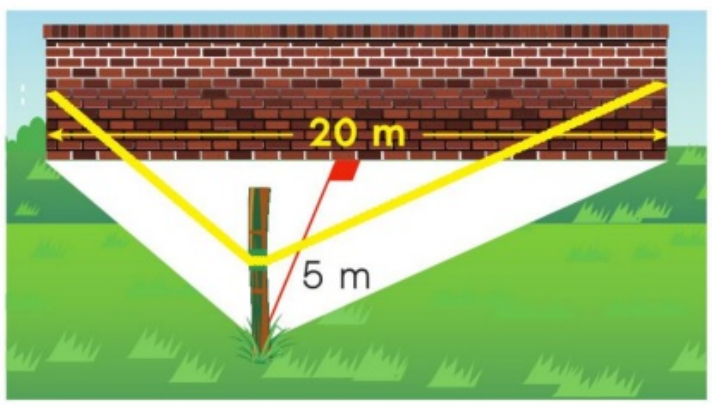


Triángulo rectángulo

$A = \frac{ab}{2}$



Resolviendo: (Problema introductorio)

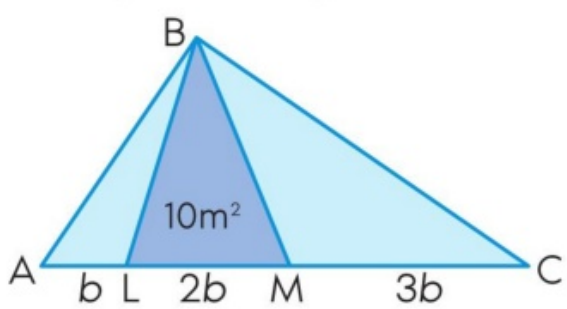


Área de la región triangular:

$$A = \frac{20 \times 5}{2} = \frac{100}{2} = 50\ m^2$$

Ejemplo 1

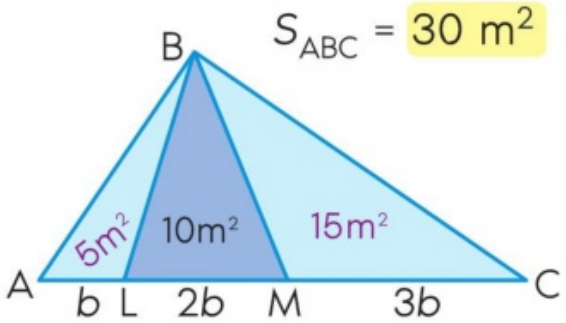
En la figura, **calcula** el área de la región triangular ABC.



Resolviendo:

$S_{ABC} = 5 + 10 + 15$

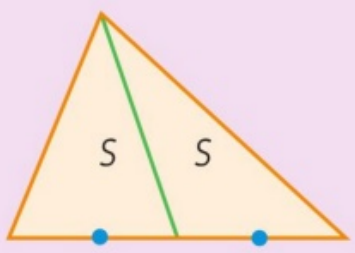
$S_{ABC} = 30\ m^2$



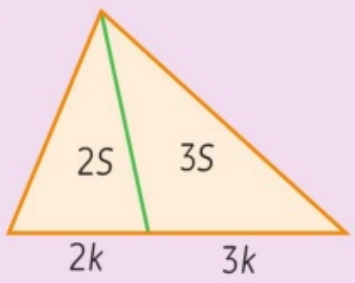
Ten en cuenta

Relación de áreas

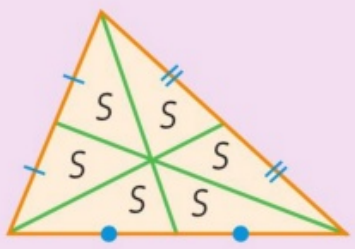
1.



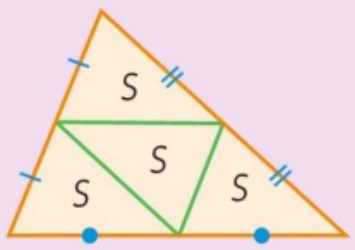
2.



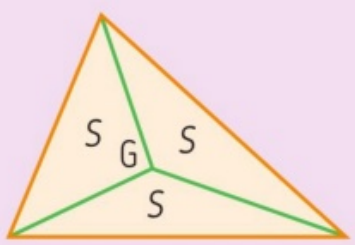
3.



4.



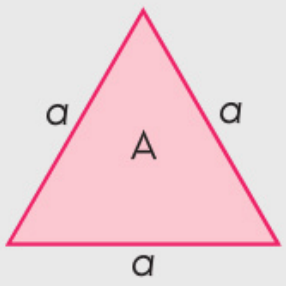
5.



G: Intersección de medianas

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

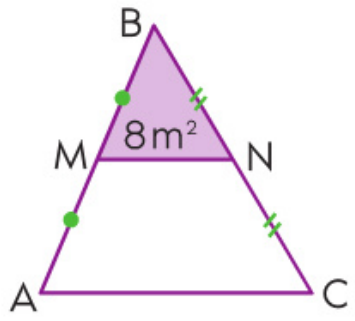
Área del triángulo equilátero



$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

Ejemplo 2

En la figura, **calcula** el área de la región cuadrangular.

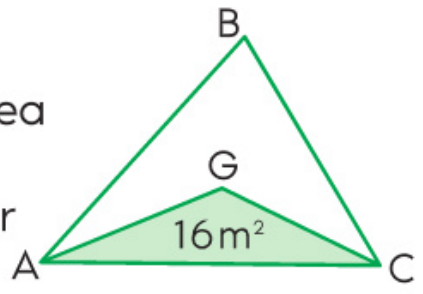


Resolviendo:

$S_{AMNC} = 3(8) \Rightarrow S_{AMNC} = 24\ m^2$

Ejemplo 3

En la figura, **calcula** el área de la región cuadrangular ABCG.



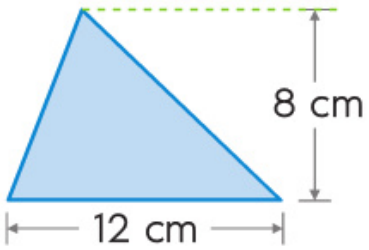
G: intersección de medianas.

Resolviendo:

$S_{ABCG} = 2(16) \Rightarrow S_{ABCG} = 32\ m^2$

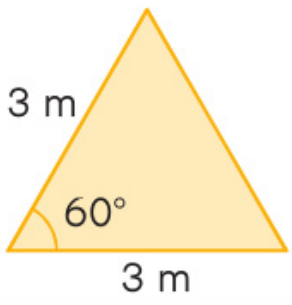
Nivel básico

1 **Calcula** el área de la figura mostrada.

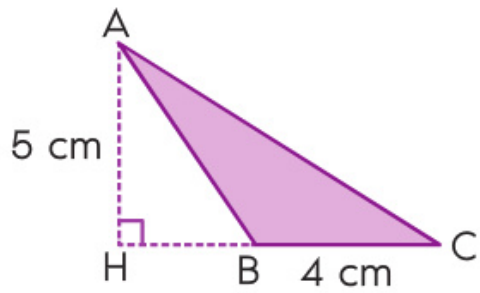


2 **Calcula** el área de la región de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual a 18 metros.

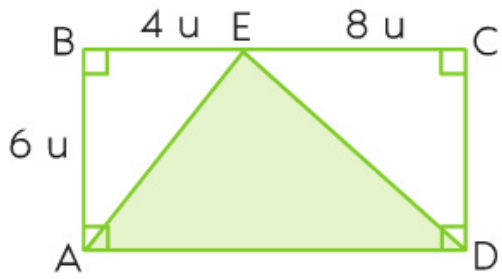
3 **Calcula** el área de la región sombreada.



4 **Calcula** el área de la región triangular ABC.

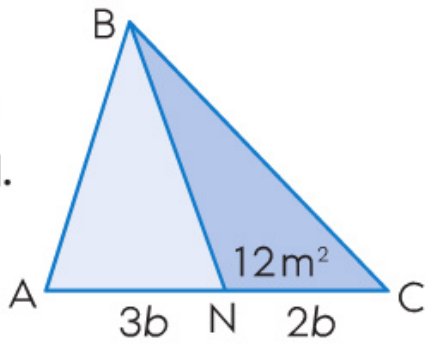


5 **Calcula** el área de la región sombreada.



Nivel intermedio

6 En la figura, **calcula** el área de la región ABN.

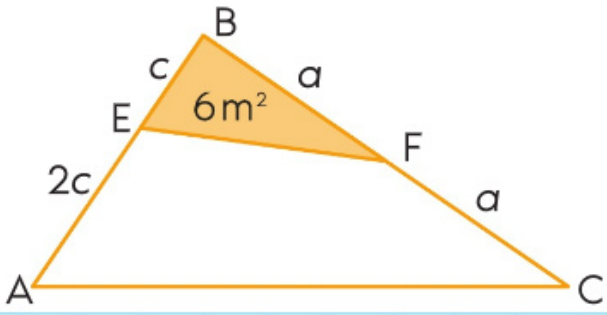


GENIOMATIC

7 En un triángulo ABC se ubica el baricentro G, tal que el área de la región AGB es igual a 24 m^2. **Calcula** el área de la región ABC.

8 En los lados AB y BC de un triángulo ABC se ubican los puntos medios M y N, respectivamente, tal que el área de la región MBN es igual a 18 m^2. **Calcula** el área de la región ABC.

9 De la figura, **calcula** el área de la región ABC.



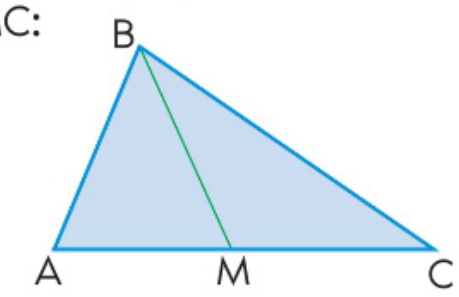
Nivel avanzado

10 Para que el área del triángulo ABM sea igual al área de BMC:

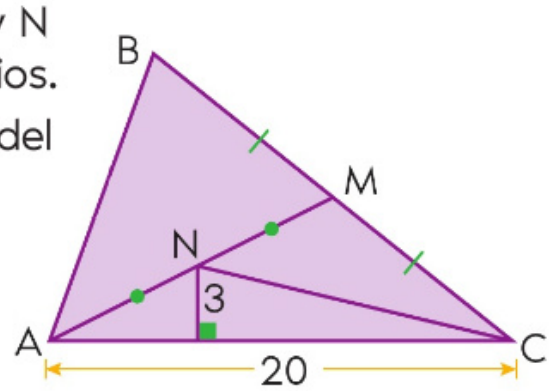
I. Es suficiente que AM = MC

II. Es suficiente que $\overline{BM}$ sea mediana.

III. Es suficiente que M sea un punto de $\overline{AC}$.



11 En la figura, M y N son puntos medios. **Calcula** el área del triángulo ABC.

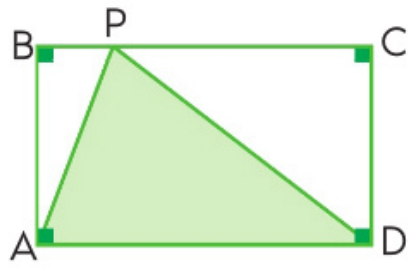


12 Para que el área del triángulo APD sea la mitad del área del rectángulo ABCD:

I. Es necesario que P sea punto medio de $\overline{BC}$.

II. Es necesario que AP = PD

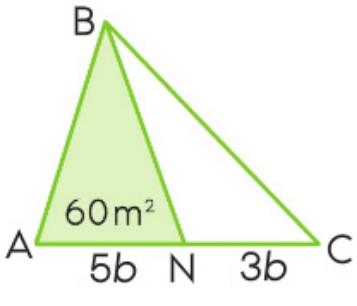
III. Es suficiente que P sea un punto de $\overline{BC}$.



Tarea

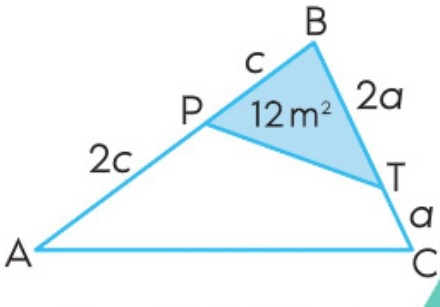
1 **Calcula** el área de la región de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual a 36 m.

2 En la figura, **calcula** el área de la región NBC.



3 En los lados BC y AC de un triángulo ABC se ubican los puntos medios P y T, respectivamente, tal que el área de la región ABPT es igual a 36 m^2. **Calcula** el área de la región ABC.

4 En la figura, **calcula** el área de la región ABC.



Área de regiones cuadrangulares

Área de regiones triangulares

El papel bond viene en resmas de tamaño 61 cm por 86 cm.

Las dimensiones de una hoja de papel formato A4 son 21,0 cm de ancho por 29,7 cm de largo.

VIDEO DE TEORÍA

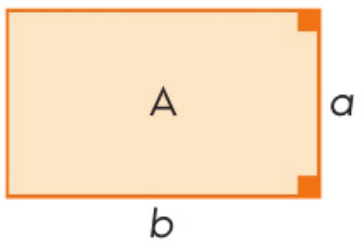
Responde:

¿Cuántas hojas de resma necesita comprar Fermín para obtener un millar de papel tamaño A4? _____

En este capítulo vamos a trabajar con el área de regiones limitadas por paralelogramos y trapecios.

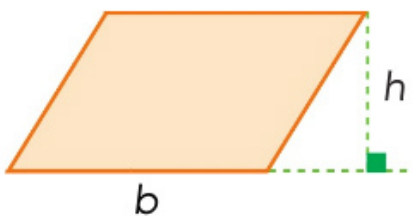
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Rectángulo



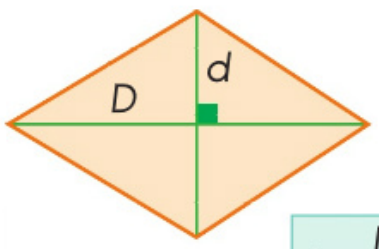
$A = ab$

Romboide o paralelogramo



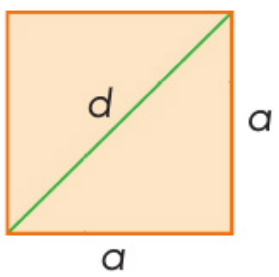
$A = bh$

Rombo



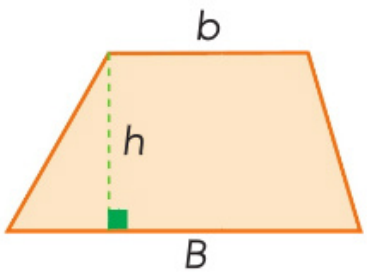
$A = \frac{Dd}{2}$

Cuadrado



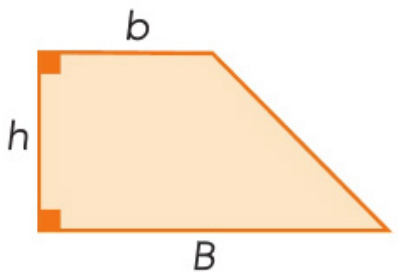
$A = a^2$ $A = \frac{d^2}{2}$

Trapecio



$A = \frac{(B + b)h}{2}$

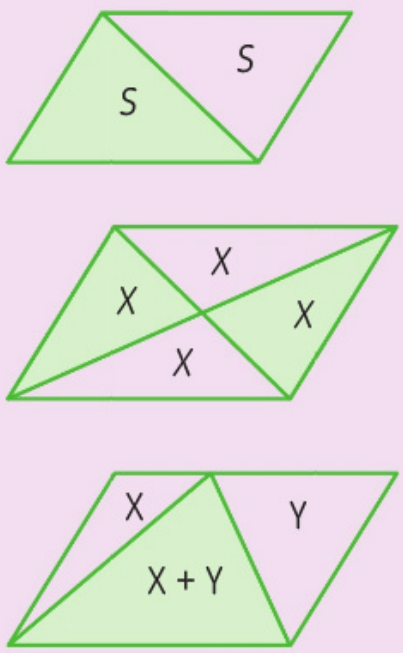
Trapecio rectángulo



$A = \frac{(B + b)h}{2}$

Ten en cuenta

Regiones en un paralelogramo



Resolviendo: (Problema introductorio)

- Área del papel de resma: 61×86
- Área del papel A4: 30,5×21,5
- Número de hojas A4:

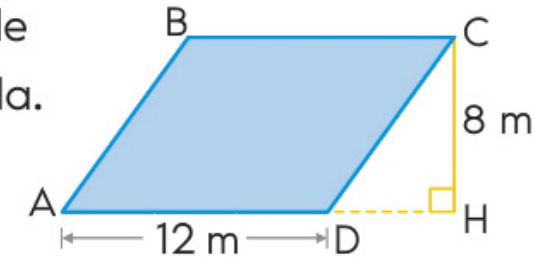
$$\frac{61\times86}{30{,}5\times21{,}5} = 8$$

- Para 1000 hojas:
  $1000 \div 8 = 125$ hojas

∴ Necesita 125 hojas de resma.

Ejemplo 1

Calcula el área de la figura mostrada.



Resolviendo:

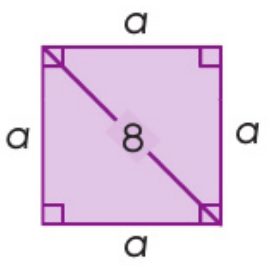
$S_{ABCD} = (12)(8) \Rightarrow S_{ABCD} = 96\ m^2$

GENIOMATIC

Ejemplo 2

Calcula el área de la región limitada por un cuadrado cuya diagonal mide 8 metros.

Resolviendo:



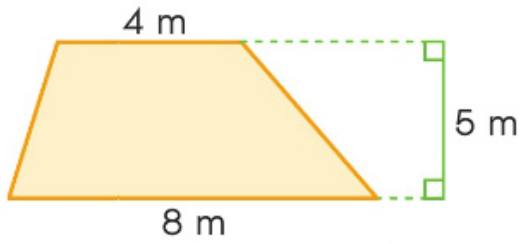
$$S = \frac{(8)^2}{2}$$

$$\therefore S = 32\ m^2$$

Ejemplo 3

Calcula el área de la región limitada por un trapecio cuyas bases y altura miden 4; 8 y 5 metros, respectivamente.

Resolviendo:

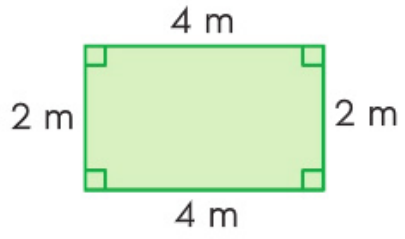


$$S = \frac{(4 + 8)5}{2} \Rightarrow S = 30\ m^2$$

Ejemplo 4

Calcula el área de la región limitada por un rectángulo cuyo perímetro es 12 metros y cuyo lado mayor es el duplo del menor.

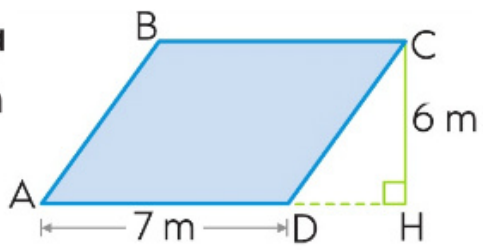
Resolviendo:



$$S = (4)(2) \Rightarrow S = 8\ m^2$$

Nivel básico

1 En la figura, **calcula** el área de la región paralelográmica ABCD.

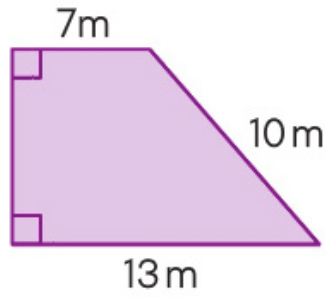


2 **Calcula** el área de la región limitada por un cuadrado cuyo perímetro es igual a $12\sqrt{2}$ m.

3 **Calcula** el área de la región limitada por un rombo cuyas diagonales miden $3\sqrt{3}$ y $6\sqrt{2}$ metros.

4 **Calcula** el área de la región limitada por un rectángulo cuyo perímetro es 40 metros y cuyo lado mayor es el triple del menor.

5 En la figura, **calcula** el área de la región.



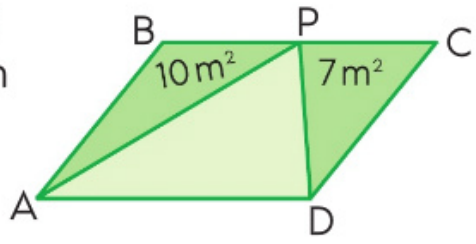
Nivel intermedio

6 En un rombo ABCD se traza la altura BH a la prolongación $\overline{DC}$, tal que: BH = 4 y HC = 3. **Calcula** el área de la región ABCD.

7 **Calcula** el área de la región limitada por un cuadrado cuya suma de sus diagonales es igual a $\sqrt{8}$ metros.

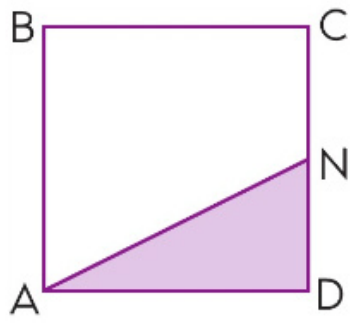
8 **Calcula** el área de la región limitada por un rombo cuyo perímetro es 24 metros y uno de cuyos ángulos internos es 60°.

9 En la figura, **calcula** el área de la región paralelográmica ABCD.

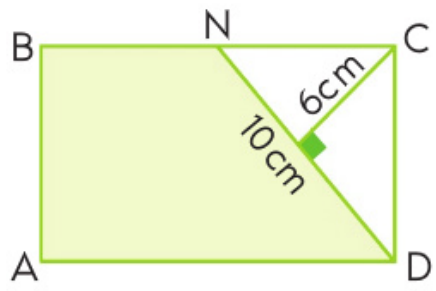


Nivel avanzado

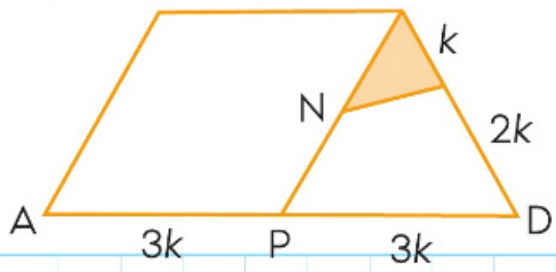
10 **Calcula** el área del cuadrado ABCD, si N es punto medio del lado CD y el área del triángulo AND es 4 cm².



11 En la figura, ABCD es un rectángulo. **Calcula** el área del trapecio ABND. N es punto medio del lado BC.

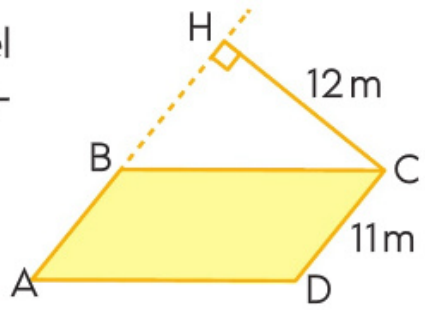


12 **Calcula** el área del trapecio ABCD, si el área del triángulo coloreado es 4 cm².



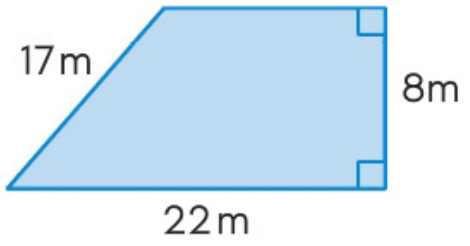
Tarea

1 En la figura, **calcula** el área de la región paralelográmica ABCD.

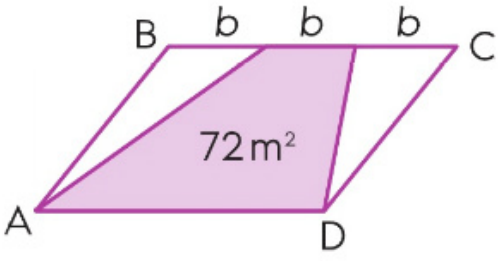


2 **Calcula** el área de la región limitada por un cuadrado cuyas diagonales suman $\sqrt{24}$ metros.

3 En la figura, **calcula** el área de la región sombreada.



4 En la figura, **calcula** el área de la región paralelográmica ABCD.

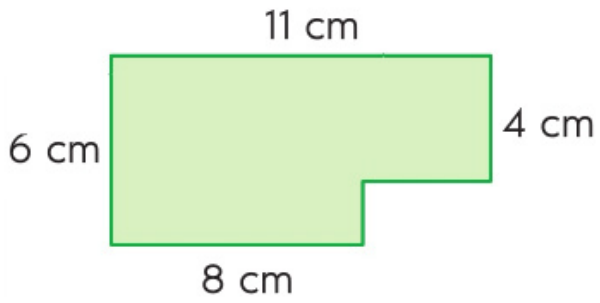


GENIOMATIC

Reforzando - Unidad 6

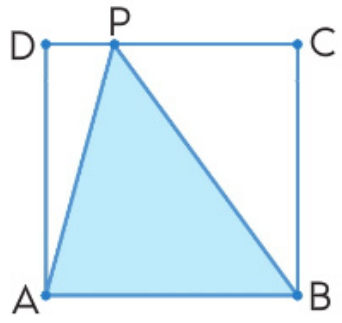
1 Determina el área de la figura:

A) 56 cm^2
B) 58 cm^2
C) 60 cm^2
D) 62 cm^2



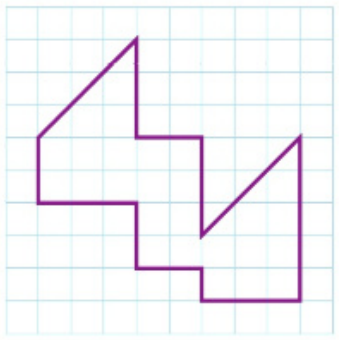
2 En la siguiente figura, ABCD es un cuadrado. Si el área del triángulo es 18 cm^2, ¿cuál es el área del cuadrado?

A) 36 cm^2
B) 27 cm^2
C) 38 cm^2
D) 34 cm^2



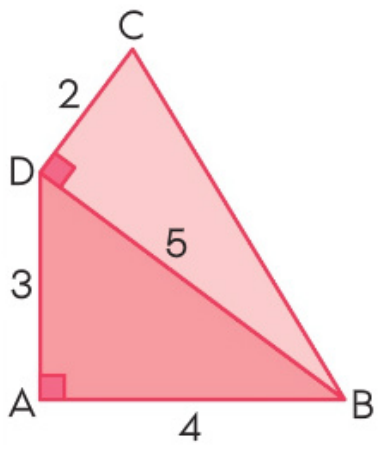
3 Un terreno destinado para construir un colegio tiene forma de polígono irregular, como muestra la figura. Halla el área del terreno.

A) 23 cm^2
B) 29 cm^2
C) 38 cm^2
D) 31 cm^2
E) 42 cm^2



4 Determina el área del cuadrilátero ABCD.

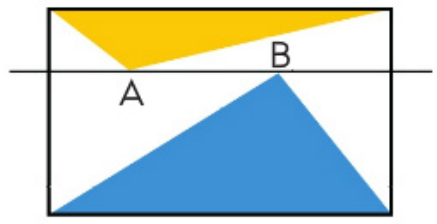
A) 14 cm^2
B) 12 cm^2
C) 11 cm^2
D) 10 cm^2
E) 7 cm^2



5 El diagrama muestra un rectángulo y una línea paralela a la base, en la que se han elegido los puntos A y B. La suma de las áreas de los triángulos coloreados es 10 cm^2. ¿Cuál es el área del rectángulo?

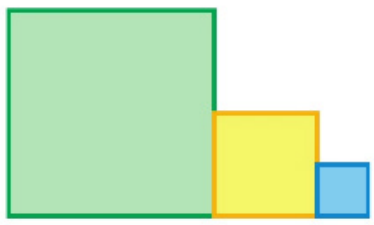
Olimpiadas nacionales e internacionales

A) 18 cm^2
B) 20 cm^2
C) 22 cm^2
D) 24 cm^2
E) Depende de la posición de A y B.



6 El lado de cada cuadrado es la mitad del lado del cuadrado inmediatamente anterior. Si el área total de la figura es 84 cm^2, la medida del lado del cuadrado mayor es:

A) 8 cm
B) 16 cm
C) 64 cm
D) 4 cm

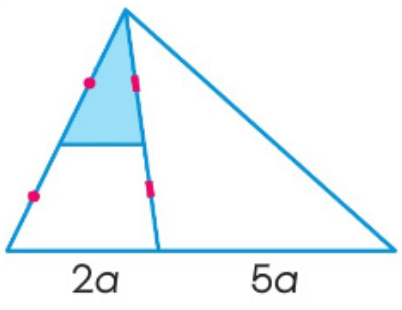


7 Alonso tiene un jardín cuadrado de 64 m^2 de área. Para pasar por el jardín ha puesto 4 losas cuadradas, como se muestra. ¿Qué área de grass ha quedado del jardín?

A) 60 m^2
B) 58 m^2
C) 56 m^2
D) 48 m^2

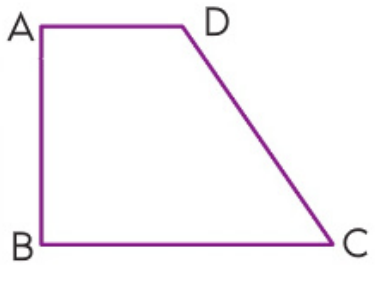
8 Halla el área de la región sombreada, si el área del triángulo ABC es 84 m^2.

A) 3 m^2
B) 10 m^2
C) 6 m^2
D) 5 m^2

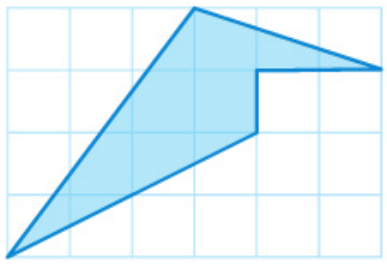


9 El trapecio rectángulo ABCD tiene 192 cm^2 de área. AB = BC y BC = 2AD. ¿Cuál es el área del triángulo ABC?

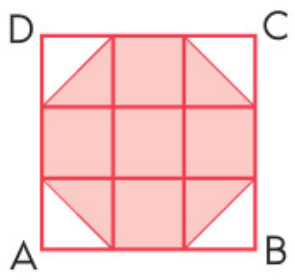
A) 32 cm^2
B) 64 cm^2
C) 96 cm^2
D) 128 cm^2



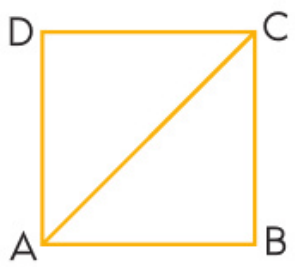
10 En la siguiente rejilla, cada cuadrícula tiene área de 4 cm^2. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



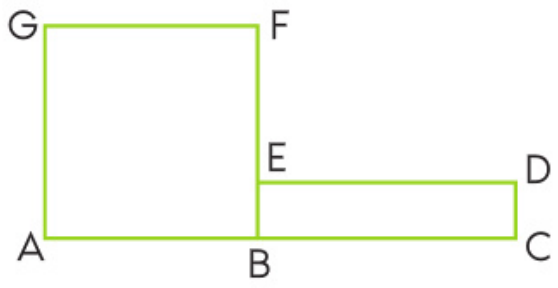
11 El cuadrado ABCD se ha dividido en 9 cuadrados iguales, como se muestra en la figura. El Área de la región sombreada es 7 cm. ¿Cuál es el Área del cuadrado ABCD, en centímetros cuadrados?



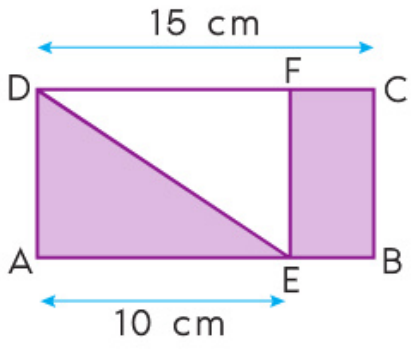
12 Sea ABCD un cuadrado cuya diagonal AC mide 4 unidades de longitud. ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?



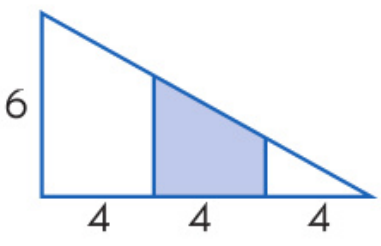
13 En la figura, ABFG es un cuadrado y BCDE es un rectángulo. CD = 12 cm; EF = 3BE. El área de ABFG es el triple del área de BCDE. ¿Cuál es el perímetro de BCDE?



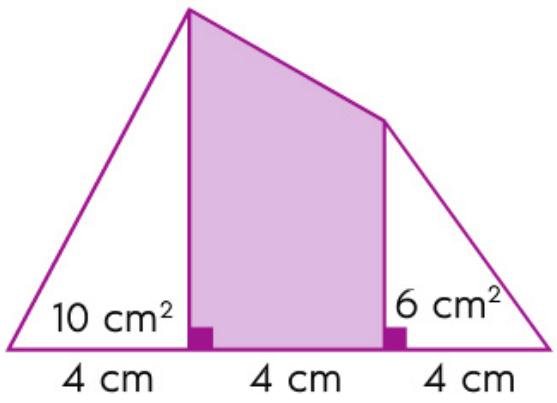
14 Determina el área de la región sombreada.



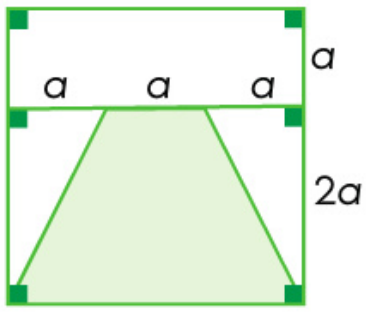
15 En el triángulo rectángulo mostrado, se han trazado dos segmentos paralelos igualmente espaciados y con las medidas que se indican. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



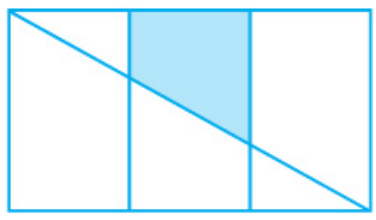
16 Con los datos proporcionados en la figura, calcula el área de la región sombreada.



17 En la figura, el área de la región sombreada es 12 cm^2. ¿Cuál es el área de la parte blanca?

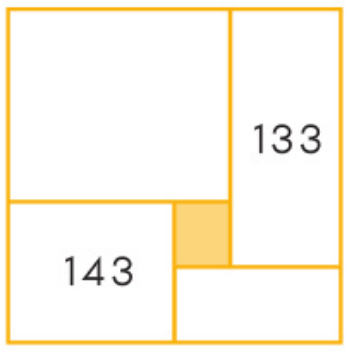


18 La figura muestra el plano de tres lotes rectangulares de igual área. Si el área de la parte sombreada es 18 m^2, ¿cuál es el área de los tres lotes?



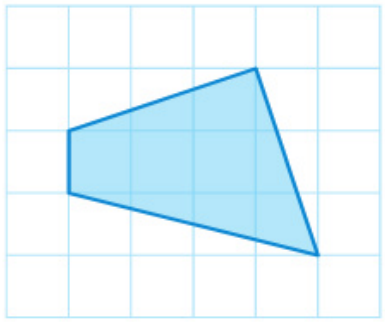
19 En un terreno rectangular, se piensa construir 2 habitaciones cuadradas de 36 m^2 cada una y un depósito, también cuadrado, de 2,5 m de lado. Entre las construcciones se dejará un pasadizo de 2 m de ancho. ¿Qué área tiene el terreno?

20 Un cuadrado de área 625 cm^2 se cubre con rectángulos cuyos lados son números mayores que 3, dejando un cuadrado pequeño en el centro. Las áreas de los rectángulos están escritas sobre ellas. Encuentre el área del cuadrado que está en el centro.

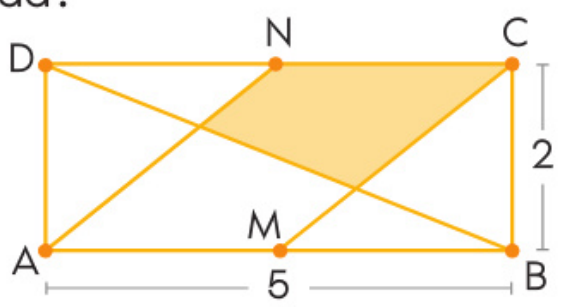


Autoevaluación

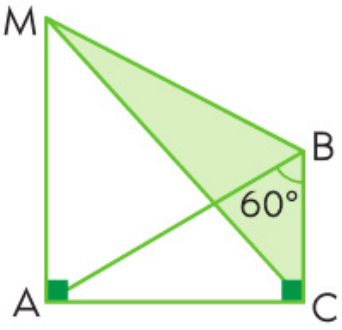
1 En la siguiente rejilla, cada cuadrícula tiene área de 4 cm^2. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



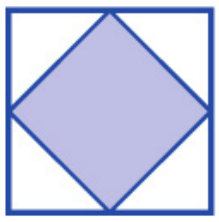
2 Sea ABCD un rectángulo, M y N, puntos medios de AB y CD, respectivamente. ¿Cuánto es el área de la región sombreada?



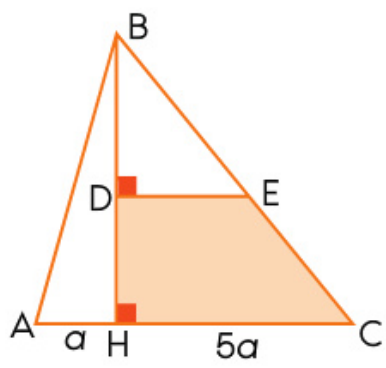
3 En la figura, AMB es un triángulo equilátero y $AC = 10\sqrt{3}$. Calcula el área del triángulo MBC.



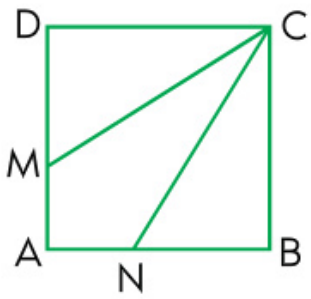
4 Lorena dibuja un cuadrado de 10 cm de lado. Une los puntos medios de los lados para hacer un cuadrado mas pequeño. ¿Cuál es el área del cuadrado pequeño?



5 En la figura, HC = 5(AH). El área del cuadrilátero sombreado es 30 cm^2 y E es punto medio del lado BC. Calcula el área del triángulo ABH.



6 El cuadrado ABCD tiene lados de longitud 3 cm. Los puntos M y N están sobre AD y AB, respectivamente, de forma que CN y CM dividen al cuadrado en tres regiones de la misma área. ¿Cuál es la longitud de NB?



Área de regiones trian. y cuadra

Área de regiones circulares

Ernesto ha amarrado a su yegua a una estaca, con una cuerda que le permite alejarse de la estaca a lo más 8 m.

Ernesto calcula que en 8 días terminará todo el pasto que está a su alcance.

VIDEO DE TEORÍA

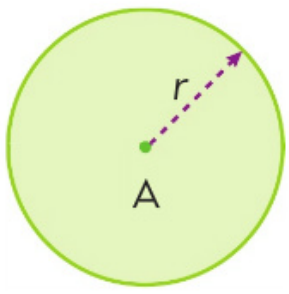
Responde:

Si Ernesto alarga en 4 metros la longitud de la cuerda, ¿cuántos días más durará el pasto? _____

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

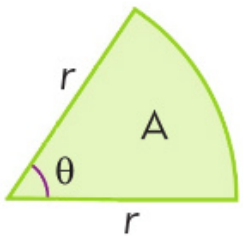
El círculo es la región limitada por una circunferencia. En este capítulo vamos a trabajar con el área del círculo y las figuras que se derivan de él.

Círculo



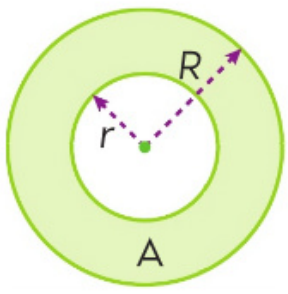
$A = \pi r^2$

Sector circular



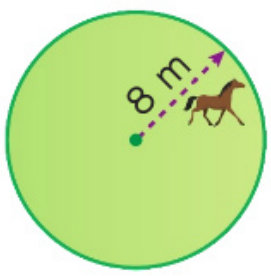
$A = \frac{\theta \pi r^2}{360°}$

Corona circular



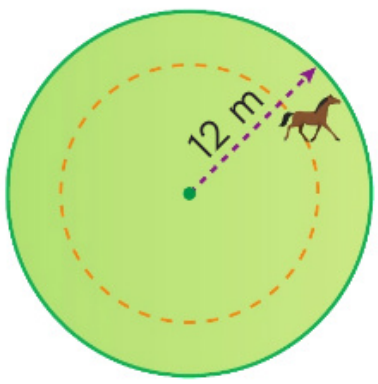
$A = \pi(R^2 - r^2)$

Resolviendo: (Problema introductorio)



Área = $\pi \cdot 8^2 = 64\pi$

Tiempo: 8 días



Área = $\pi \cdot 12^2 = 144\pi$

Tiempo: x días

Por regla de 3:

$64\pi \rightarrow 8$

$144\pi \rightarrow x$

$$x = \frac{144 \times 8}{64} = 18 \text{ días}$$

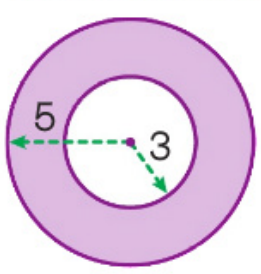
$\therefore$ Tardará

$18 - 8 =$ 10 días más

Ejemplo 1

Calcula el área de la corona circular cuyos radios miden 3 y 5.

Resolviendo:



$S = \pi(5)^2 - \pi(3)^2$

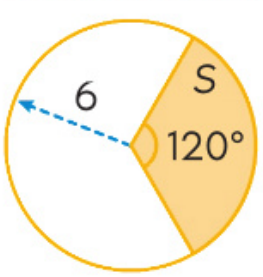
$S = 25\pi - 9\pi$

$S =$ 16π cm^2

Ejemplo 2

Calcula el área del sector circular.

Resolviendo:



$S = \frac{120°(6)^2\pi}{360°}$

$S =$ 12π

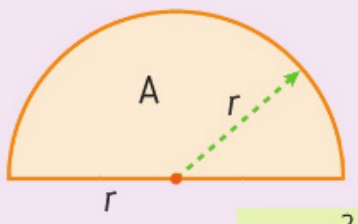
Ten en cuenta

Trapecio circular

Segmento circular

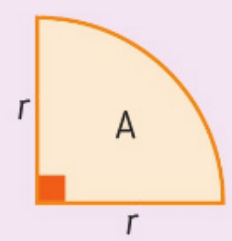
Faja circular

Semicírculo



$A = \frac{\pi r^2}{2}$

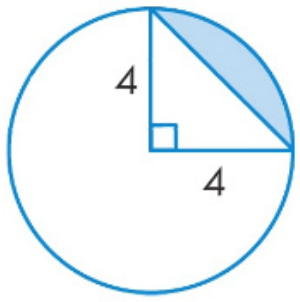
Cuadrante



$A = \frac{\pi r^2}{4}$

Ejemplo 3

Calcula el área del segmento circular.



Resolviendo:

$$S = S_{sector} - S$$

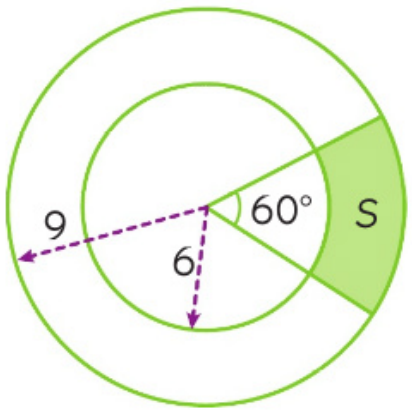
$$S = \frac{90°(4)^2\pi}{360°} - \frac{4(4)}{2}$$

$$S = 4\pi - 8 \Rightarrow S = 4(\pi - 2)$$

Ejemplo 4

Calcula el área de un trapecio circular cuyos radios miden 6 y 9 centímetros, y cuyo ángulo central mide 60°.

Resolviendo:



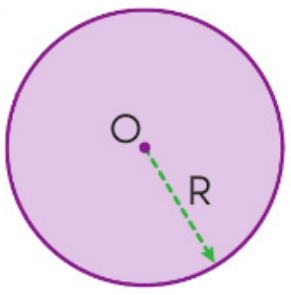
$$S = S_{sector\ mayor} - S_{sector\ menor}$$

$$S = \frac{60°(9)^2\pi}{360°} - \frac{60°(6)^2\pi}{360°}$$

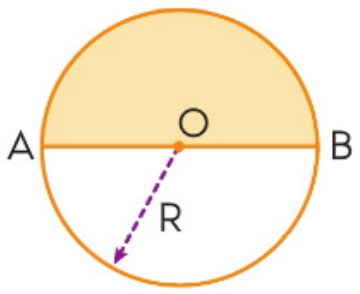
$$S = \frac{27\pi}{2} - 6\pi \Rightarrow S = \frac{15\pi}{2}$$

Nivel básico

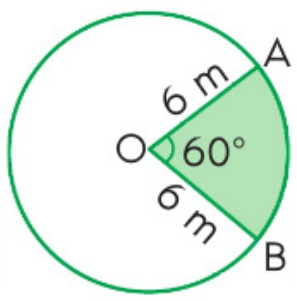
1 **Calcula** el área del círculo si su radio es 4 m y O es su centro.



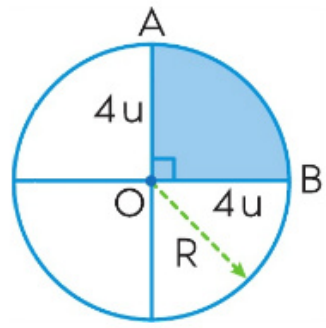
2 **Calcula** el área de la región sombreada si su radio es 6 m (O es centro).



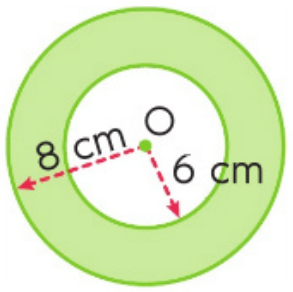
3 **Calcula** el área del sector circular (O es centro).



4 **Calcula** el área de la región sombreada (O es centro).



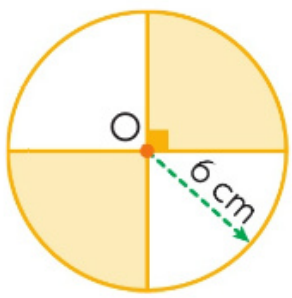
5 **Calcula** el área de la corona circular (O es centro).



Nivel intermedio

6 **Calcula** el área de la región coloreada.

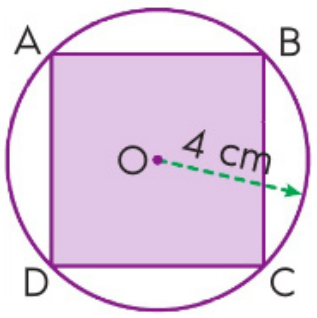
O es centro del círculo de radio 6 cm.



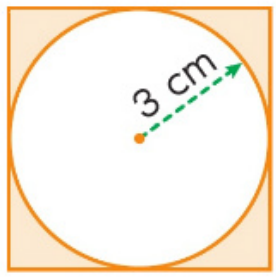
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

7 **Calcula** el área del cuadrado ABCD.

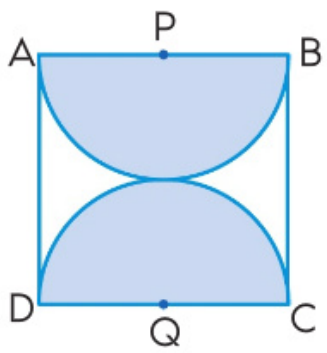
O es centro del círculo de radio 4 cm.



8 **Calcula** el área de la región coloreada. O es centro del círculo de radio 3 cm.

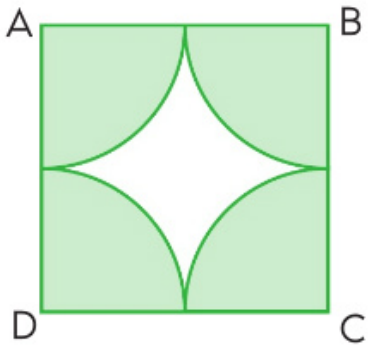


9 ABCD es un cuadrado de 6 cm de lado. **Calcula** el área de la región coloreada. P y Q son centros de los semicírculos.

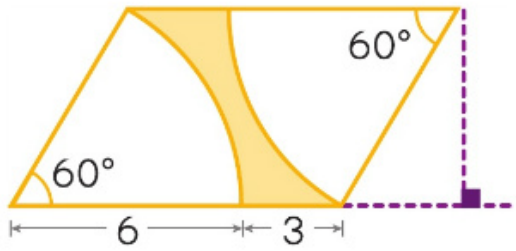


Nivel avanzado

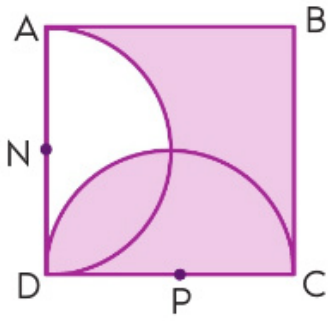
10 En la figura, ABCD es un cuadrado de 4 cm de lado. **Calcula** el área de la región coloreada.



11 Con los datos de la figura, **calcula** el área de la región coloreada.



12 ABCD es un cuadrado de 6 cm de lado y N y P son centros de los semicírculos. **Calcula** el área de la parte coloreada.



Tarea

1 **Calcula** el área de un círculo de 8 cm de radio.

2 **Calcula** el área de un semicírculo de 6 cm de radio.

3 **Calcula** el área del círculo inscrito en un cuadrado de 4 cm de lado.

4 Una región limitada por un cuadrado de 8 cm de lado se divide en 4 partes iguales y en cada parte se inscribe un círculo. **Calcula** el área de los 4 círculos.

GENIOMATIC

Unidades de superficie

Unidades de volumen

La represa Gallito Ciego tiene una longitud promedio de 12 km, un ancho promedio de 1,5 km y alberga hasta 400,5 millones de metros cúbicos de agua.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuál es su profundidad promedio? _____

La unidad de volumen es el metro cúbico, con sus múltiplos y submúltiplos.

El metro cúbico es un cubo de 1 metro de arista y sirve para medir volúmenes, como el del agua, de la pintura, la capacidad de una caja, la capacidad de una refrigeradora, etc.

Múltiplos y submúltiplos del metro cúbico

Unidad	**MÚLTIPLOS** (Mayores que el metro cúbico)		
m^3	dam^3	hm^3	km^3
1	1 000 m^3	1 000 000 m^3	1 000 000 000 m^3
metro cúbico	decámetro cúbico	hectómetro cúbico	kilómetro cúbico

SUBMÚLTIPLOS (Menores que el metro cúbico)			Unidad
mm^3	cm^3	dm^3	m^3
0,000 000 001 m^3	0,000 001 m^3	0,001 m^3	1
milímetro cúbico	centímetro cúbico	decímetro cúbico	metro cúbico

Ten en cuenta

Unidades de capacidad

Las unidades de capacidad lo son también de volumen, con la diferencia de que se utilizan principalmente para medir el volumen de líquidos. La unidad es el litro (L):

- litro (L): 1 dm^3 = 1 L
- decalitro (daL): 10 L
- hectolitro (hL): 100 L
- decilitro (dL): 0,1 L
- centilitro (cL): 0,01 L
- mililitro (mL): 0,001 L

Resolviendo: (Problema introductorio)

Ubicada en Yonán, Contumazá - Cajamarca, Gallito Ciego es una de las represas más grandes del Perú.

Largo: 12 km = 12 000 m
Ancho: 1,5 km = 1 500 m
} Área: 12000×1500 = 18 000 000 m^2

Volumen: 400 500 000 m^3

Profundidad: 400 500 000÷18 000 000 = 22,25 m

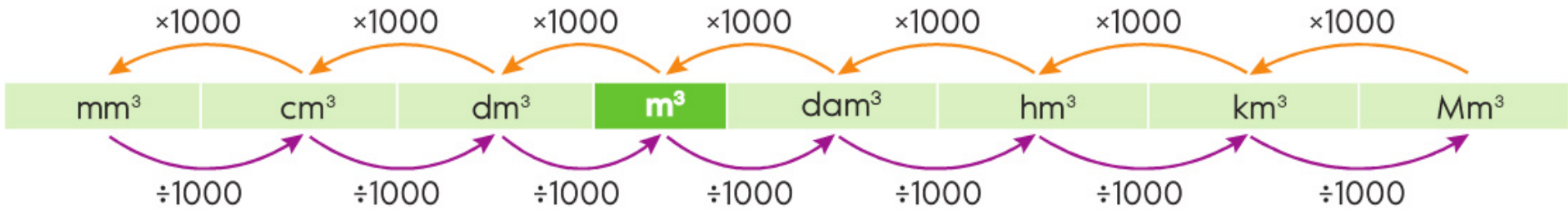
Ejemplo 1

Mide en metros y centímetros cúbicos:

Volumen de mi libro	Volumen de mi mochila	Volumen del salón
cm^3	dm^3	m^3

Conversión de unidades

Para convertir de una unidad a otra podemos utilizar el siguiente esquema:



Ejemplo 2

Convierte 0,045 m^3 a cm^3.

Resolviendo:

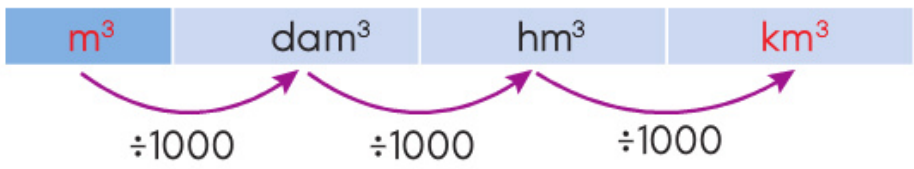
$0{,}45\ m^3 = 0{,}45 \times 1000 \times 1000 = 0{,}45 \times 10^6$

$\therefore\ 0{,}45\ m^3 =$ 450 000 cm^3

Ejemplo 3

Convierte 48 000 m^3 a km^3.

Resolviendo:



$350\ 000\ m^3 = 350\ 000 \div 1\ 000\ 000\ 000$

$\therefore\ 350\ 000\ m^3 =$ 0,00 035 km^3

Nivel básico

1 ¿Qué volumen, en centímetros cúbicos, hacen veinte ladrillos de 2 dm^3 cada uno?

2 Un ladrillo tiene 3 dm de largo, 25 cm de ancho y 120 mm de alto. ¿Cuál es su volumen en decímetros cúbicos?

3 **Calcula** la capacidad, en metros cúbicos, de un reservorio que puede ser llenado con 80 baldes de 15 litros.

4 ¿Cuál es la capacidad, en metros cúbicos, de un cilindro donde caben 150 litros?

5 ¿Cuántos metros cúbicos de agua entra en una cubeta de 1,5 metros por 8 dam y 48 cm de alto?

Nivel intermedio

6 Se ha cavado una zanja de 200 metros de largo, 20 dm de ancho y profundidad constante. Si se han extraído 600 metros cúbicos de tierra, ¿cuál es la profundidad de la zanja?

GENIO MATIC

7 Un volquete tiene una capacidad de 8 metros cúbicos de arena. Si se ha cargado 25 carretillas de arena de 50 dm^3 cada una, ¿cuántas carretillas faltan para llenar?

8 Se ha abierto una zanja de 50 metros de largo, 150 cm de profundidad y ancho constante. Si se han extraído 90 metros cúbicos de tierra, ¿cuál es el ancho?

9 ¿Cuántas extracciones se debe realizar para desaguar una piscina que contiene 200 metros cúbicos de agua utilizando cubetas de 25 litros?

Nivel avanzado

10 Una piscina tiene 30 m de largo, 20 m de ancho y una profundidad constante de 2,5 m. Estando llena en sus 2/5 se empieza a verter agua por un caño a razón de 40 litros por minuto. ¿Qué tiempo tardará en llenarla completamente?

11 De un recipiente con 48 decímetros cúbicos de agua se derrama los 3/8. ¿Cuántos centímetros cúbicos quedan?

12 Un tanque de agua ha sido llenado durante 10 horas a razón de 1,2 metros cúbicos por minuto. ¿Cuántos litros de capacidad tiene el tanque?

Tarea

1 ¿Cuál es el volumen, en centímetros cúbicos, de un ladrillo de 28 cm de largo, 2,4 dm de ancho y 150 mm de alto?

2 Un pozo de 580 metros cúbicos repleto de agua comienza a perder agua a razón de 800 decímetros cúbicos por hora. ¿Con cuántos metros cúbicos queda luego de 50 horas?

3 En una columna de concreto de 5 metros de alto y 40 cm por 3 dm de sección entran arena y 0,15 metros cúbicos de cemento. ¿Qué cantidad de arena entra?

4 Un muro se ha construido con 800 ladrillos de 0,3 metros de largo, 20 cm de ancho y 1,5 dm de alto. ¿Cuál es el volumen del muro si el cemento y la arena constituyen el 1/10 de los ladrillos?

Geometría plana

Sólidos geométricos

Dante ha diseñado un termo prismático cuya base es un cuadrado de 10 cm de lado y cuya altura es de 20 cm.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántos litros caben en el termo de Dante? _____

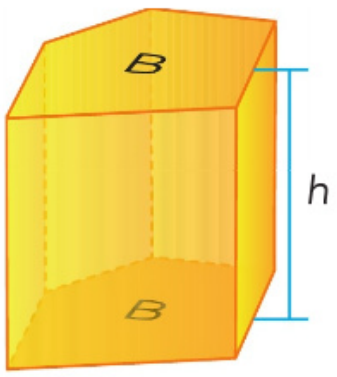
Un sólido o cuerpo geométrico es una figura tridimensional que ocupa un lugar en el espacio, por lo que tiene un volumen.

Poliedros

Sólidos limitados por regiones poligonales denominadas caras, que comparten únicamente un lado llamado arista.

1. Prisma

Poliedro limitado por polígonos congruentes y paralelos (bases) y caras laterales paralelográmicas.



B: Área de la base
h: Altura
P: Perímetro de la base

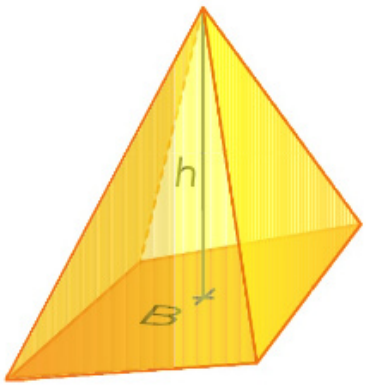
Área lateral: $A_L = Ph$

Área total: $A_T = A_L + 2B$

Volumen: $V = Bh$

2. Pirámide

Poliedro que tiene por base una región poligonal y caras laterales triangulares con un vértice común.



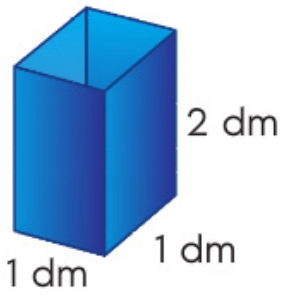
B: Área de la base
h: Altura
P: Perímetro de la base

Área lateral: $A_L = Ph/2$

Área total: $A_T = A_L + 2B$

Volumen: $V = Bh/3$

Resolviendo: (Problema introductorio)



- $B = (1\ dm)^2 = 1\ dm^2$
- $h = 2\ dm$
- $V = Bh$

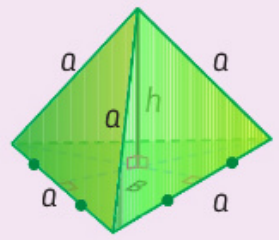
$\Rightarrow V = 1 \times 2 = 2\ dm^3$

- $1\ litro = 1\ dm^3$

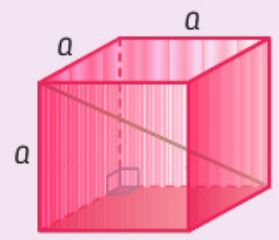
$\Rightarrow V =$ 2 litros

Ten en cuenta

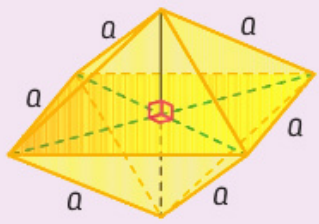
1. Tetraedro regular
(4 caras)



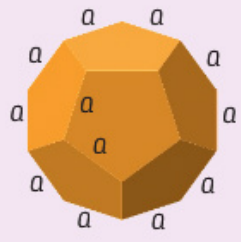
2. Hexaedro regular o cubo
(6 caras)



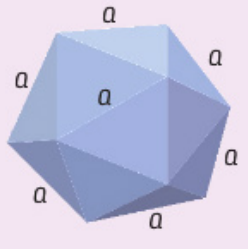
3. Octaedro regular
(8 caras)



4. Dodecaedro regular
(12 caras)



5. Icosaedro regular
(20 caras)



Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Nivel básico

1 **Dibuja** un prisma de base triangular.

2 **Dibuja** una pirámide de base cuadrada.

3 ¿Cuál de las siguientes figuras no es un prisma?

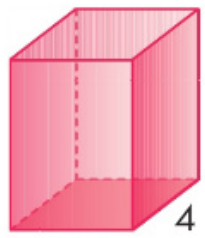
a)

b)

c)

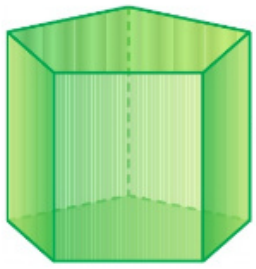
4 Celia ha pintado un prisma de base rectangular, usando un color distinto para cada cara. ¿Cuántos colores utilizó?

5 Con los datos de la figura, **calcula** el volumen del sólido.

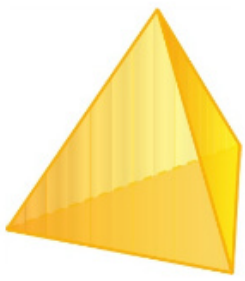


Nivel intermedio

6 El área de la base de este sólido es 18 m^2. ¿Cuál es su volumen?



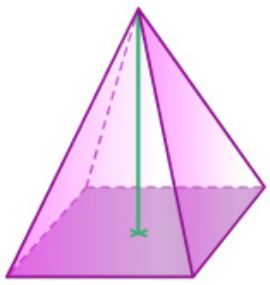
7 La base del prisma tiene un área de 8 cm^2. Si la altura mide 3 cm, ¿cuál es su volumen?



8 Un libro tiene 18 cm de largo y 12 cm de ancho. Si su espesor es de 3 cm, ¿cuál es su volumen?

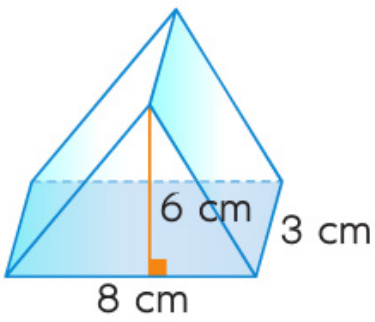
9 Una piscina tiene 20 m de largo, 12 m de ancho y 2 m de profundidad. ¿Con cuántos metros cúbicos de agua se llena?

10 La base de la pirámide es un cuadrado de 3 cm de lado y la altura mide 5 cm. **Determina** su volumen.

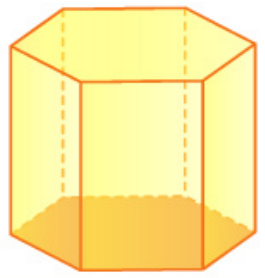


Nivel avanzado

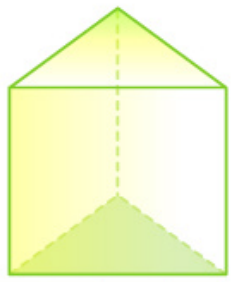
11 Con los datos de la figura, **calcula** su volumen.



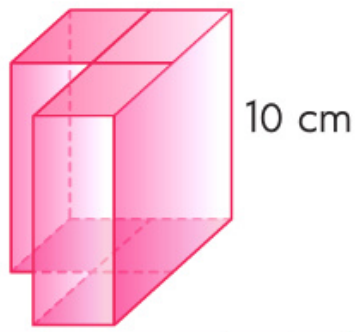
12 **Calcula** el área lateral del prisma cuyas bases son hexágonos regulares de 4 cm de lado y cuya altura mide 10 cm.



13 **Calcula** el volumen del prisma cuyas bases son triángulos equiláteros de 6 cm de lado y cuya altura mide 8 cm.



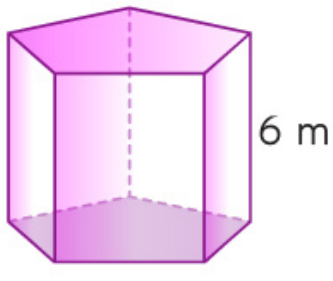
14 Las bases de este prisma están formadas por tres cuadrados de 2 cm de lado. Si la altura mide 10 cm, ¿cuál es su área total?



Tarea

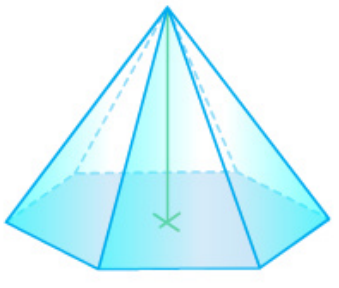
1 **Dibuja** un prisma pentagonal recto y una pirámide hexagonal regular.

2 Las bases del prisma son pentágonos regulares de 3 cm de lado. ¿Cuál es su área lateral?



3 **Calcula** el área de un cubo de 6 cm de arista.

4 **Calcula** el volumen de la figura si la base es un hexágono regular de 4 cm de lado y la altura mide 6 cm.



GENIOMATIC

Reforzando - Unidad 7

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 La figura muestra un cuadrado de 22 cm^2 de área. ¿Cuál es el área de la región sombreada?

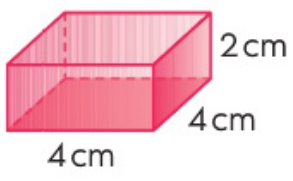
A) 10 cm^2
B) 11 cm^2
C) 12 cm^2
D) 13 cm^2

2 ¿Qué parte del cuadrado representa la región sombreada?

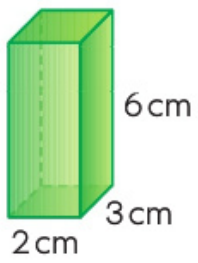
A) 1/3
B) 1/2
C) 1/4
D) 2/3

3 ¿Cuál de los sólidos tiene mayor volumen?

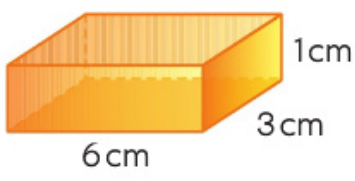
A)



B)



C)



4 Calcula el volumen de una pirámide de base cuadrada de 4 cm de lado y 9 cm de altura.

A) 24 cm^3
B) 36 cm^3
C) 42 cm^3
D) 48 cm^3

5 El área de la base de un prisma rectangular es 40 cm^2. Si el volumen es 320 cm^3, ¿cuánto mide la altura?

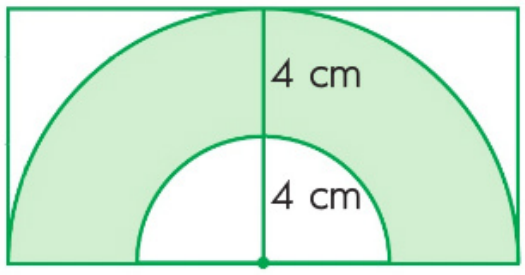
A) 8 cm
B) 6 cm
C) 10 cm
D) 9 cm

6 ¿Cuál es el volumen de un prisma rectangular cuya arista mayor de la base mide 6 cm y la arista menor, 2 cm menos? La altura del prisma mide 5 cm.

A) 60 cm^3
B) 96 cm^3
C) 120 cm^3
D) 160 cm^3

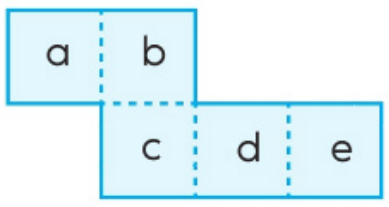
7 Calcula el área del arco.

A) 24π cm^2
B) 18π cm^2
C) 36π cm^2
D) 48π cm^2



8 La pieza de papel que se muestra se dobla a lo largo de las líneas punteadas para hacer una caja abierta. La caja se pone en la mesa con la parte abierta hacia arriba. ¿Qué cara queda abajo?

A) a
B) b
C) c
D) d
E) e



9 La base de un prisma recto es un rectángulo de 24 cm de largo, de ancho 3/4 del largo y altura 1/3 del ancho. ¿Cuánto mide su área total?

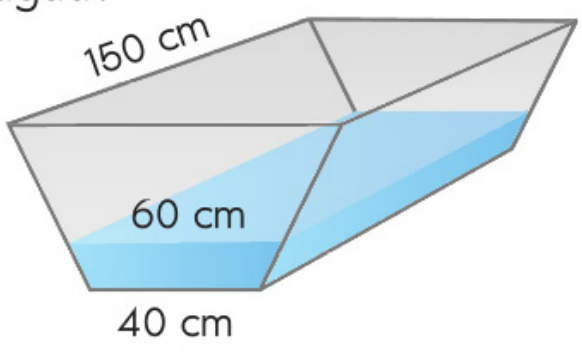
A) 648 cm^2
B) 1368 cm^2
C) 912 cm^2
D) 840 cm^2

10 El área total de un prisma rectangular es 108 cm^2. Si el área de la base mide 12 cm^2, ¿cuánto mide su área lateral? Anota los datos en un gráfico.

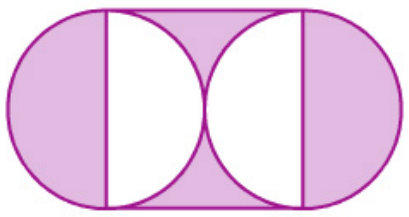
A) 96 cm^2
B) 72 cm^2
C) 84 cm^2
D) 48 cm^2

11 Un bebedero de agua del zoológico tiene forma de un trapecio isósceles. El trapecio tiene una longitud de 150 cm. ¿Cuántos litros de agua serán necesarios verter en el bebedero para tener una profundidad de 20 cm de agua?

A) 100
B) 150
C) 120
D) 180

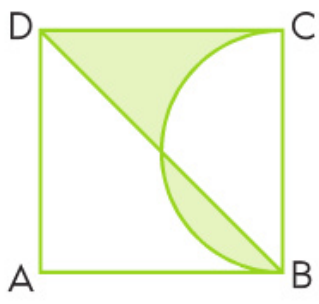


14 La figura muestra dos círculos tangentes de 8 cm de radio cada uno. Determina el área de la región coloreada.

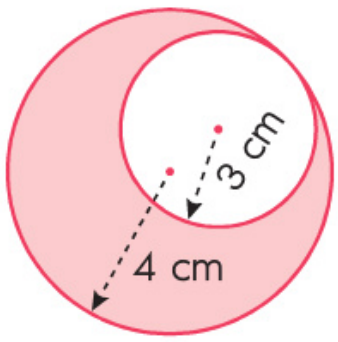


15 El área de la región sombreada es 18 cm^2. ¿Qué área tiene el cuadrado?

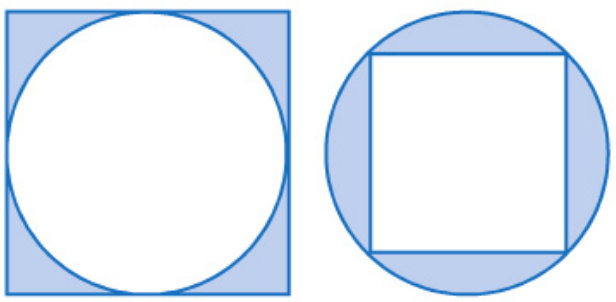
16 En la siguiente figura, ABCD es un cuadrado con 12 cm de perímetro, se construyó el semicírculo BC para formar la región sombreada. ¿Cuál es el área de dicha región?



17 ¿Cuál es el área de la región coloreada?



18 ¿En qué relación se encuentran las áreas de las regiones coloreadas?



19 Completa las siguientes proposiciones:

a) Un prisma hexagonal tiene _____ caras y _____ aristas.

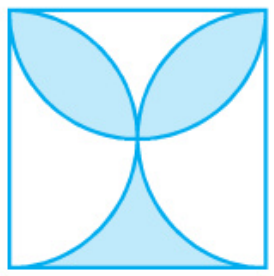
b) Una pirámide hexagonal tiene _____ aristas y _____ caras laterales.

c) Las caras _____ de una pirámide son triángulos _____.

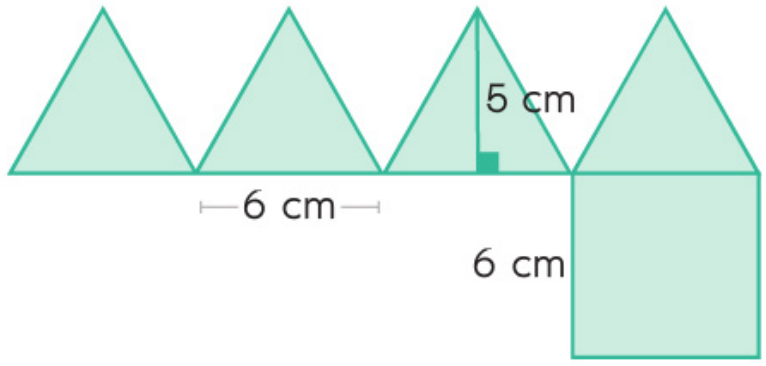
d) Una pirámide octogonal tiene _____ aristas más que una pirámide hexagonal.

e) Una pirámide que está formada por 6 caras laterales tiene como base un _____.

20 Si el área del cuadrado es 36 cm^2, ¿cuál es el área de la región sombreada?



21 Calcula el volumen del sólido cuyo desarrollo se muestra.



22 Un depósito cúbico de 4 m de arista se encuentra al lado de otro depósito, también cúbico, de 3 m de arista. ¿Cuál es la diferencia volúmenes? ¿En qué relación se encuentran sus volúmenes?

23 La base de una pirámide tiene 12 lados. ¿Cuántos vértices tiene la pirámide? ¿Y cuántas aristas? Ilustra tu respuesta.

24 Un cubo de madera de 8 cm de arista se recorta en 8 cubitos iguales. ¿Cuál es la relación entre el área de los 8 cubitos y el área del cubo original?

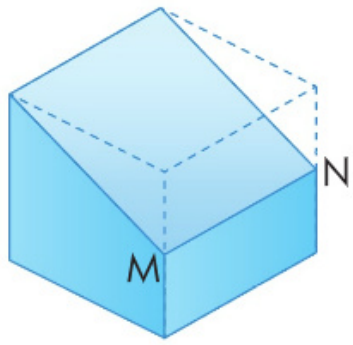
25 Una pirámide cuadrangular de 24 cm^3 de volumen se parte en dos mediante un corte a media altura y paralela a la base. Determina el volumen de las dos partes.

26 Fernando quiere construir un recipiente cúbico de vidrio, abierto, de modo que pueda albergar 729 litros de agua. Si el decímetro cuadrado de vidrio cuesta 12 soles, ¿cuánto tendrá que gastar en la compra de todo el vidrio necesario?

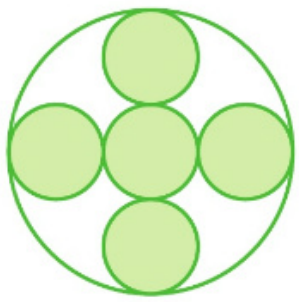
Autoevaluación

1 Si el diámetro de un círculo se aumenta de 12 cm a 16 cm, ¿en cuánto aumenta su área?

2 Un cubo de 10 cm de arista se ha recortado en la forma mostrada. M y N son puntos medios de las aristas. ¿Cuál es el volumen del sólido que queda?



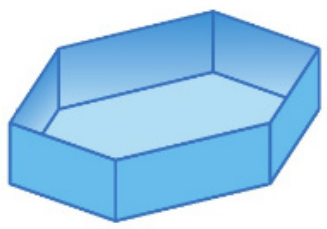
3 Si el área del círculo mayor es 144 cm^2, ¿cuál es el área de los cinco círculos pequeños?



4 El área total de un cubo es 600 cm^2. ¿Cuál es la longitud de su arista? ¿Cuál es el área de una de sus caras?

5 Un reservorio cúbico de agua tiene 3 m de arista. ¿Cuántos litros de agua caben en este reservorio?

6 Una piscina de forma prismática tiene por base un hexágono regular de 2 metros de arista. ¿Con qué cantidad de agua se llena hasta 150 cm de altura?



Prisma y pirámide

Sólidos de revolución

Iván trabaja en una exploración minera ubicada en una zona donde no hay agua. Para los 10 trabajadores lleva 3 cilindros de agua semanalmente. Los cilindros tienen 60 cm de diámetro y 1,2 m de altura.

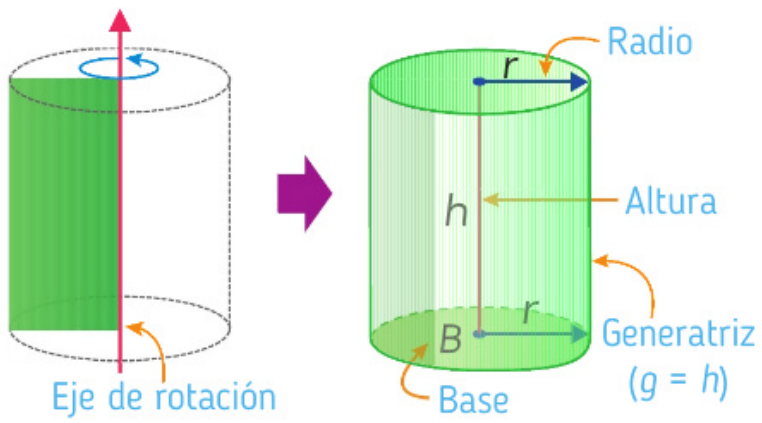
VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuál es el consumo semanal de agua por hombre? _____

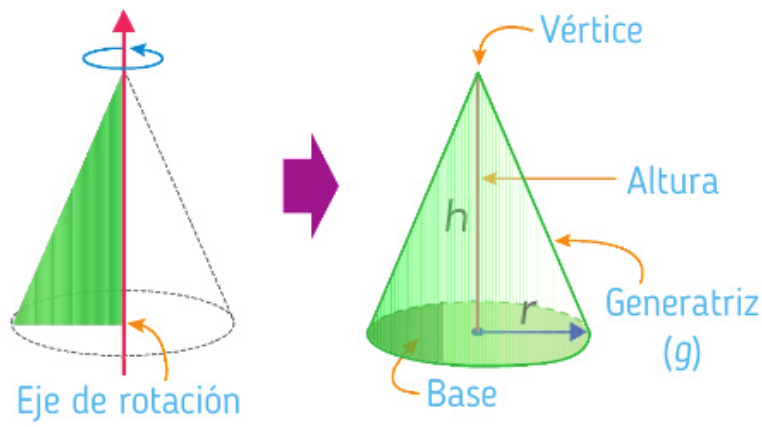
Los sólidos de revolución son los que se obtienen rotando una región plana alrededor de una recta denominada eje de rotación.

Cilindro



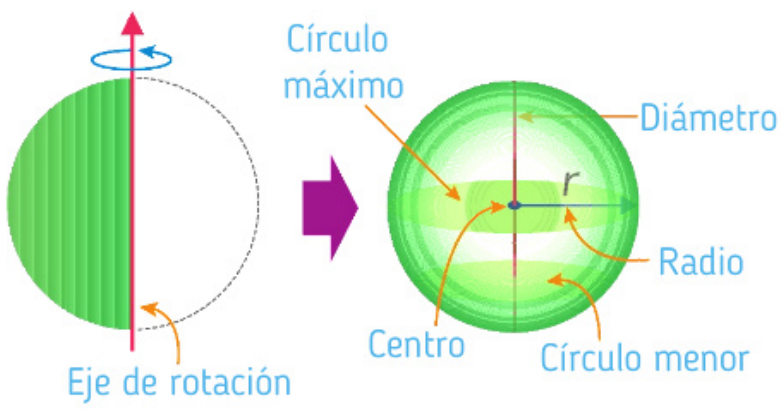
- Área de la base: $B = \pi r^2$
- Área lateral: $A_L = 2\pi rg$
- Área total: $A_T = 2\pi r(g + r)$
- Volumen: $V = \pi r^2 h$

Cono



- Área de la base: $B = \pi r^2$
- Área lateral: $A_L = \pi rg$
- Área total: $A_T = \pi r(g + r)$
- Volumen: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Esfera



- Área: $A = 4\pi r^2$
- Volumen: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Resolviendo: (Problema introductorio)

r = 30 cm = 3 dm

h = 1,2 m = 12 dm

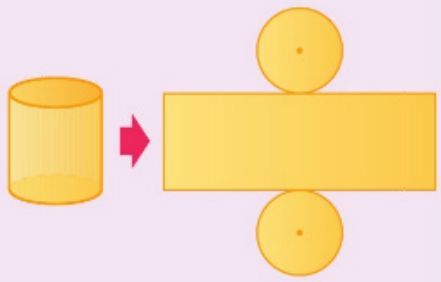
- Volumen de 3 cilindros en dm^3 = L

  $V = 3\pi r^2 h \Rightarrow V = 3\pi(3)2(12) = 1017$ L
- Consumo por hombre: 1017÷10 = 101,7 L

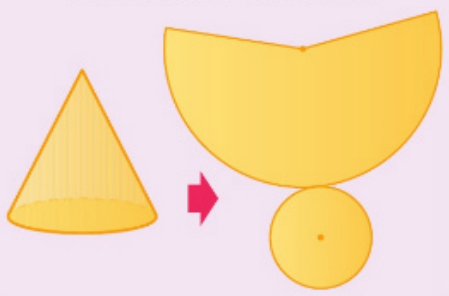
Ten en cuenta

Objetos con formas de sólidos de revolución

Desarrollo del cilindro



Desarrollo del cono



Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Ejemplo 1

El radio de la base y la generatriz de un cilindro de revolución miden 4 m y 8 m, respectivamente. **Calcula** su área lateral, su área total y su volumen.

Resolviendo:

Datos: r: 4 m, h: 8 m, g: 8 m

- Área lateral: $A_L = 2\pi(4)(8)$, $A_L = 64\pi\ m^2$
- Área total: $A_T = 2\pi(4)[8+4]$, $A_T = 96\pi\ m^2$
- Volumen: $V = \pi(4)^2(8)$, $V = 128\pi\ m^3$

Ejemplo 2

El radio de la base y la generatriz de un cono de revolución miden 8 y 12 metros, respectivamente. **Calcula** el área de la base, el área lateral y el área total.

Resolviendo:

Datos: r: 8 m g: 12 m

- Base: $B = \pi(8)^2$, $B = 64\pi\ m^2$
- Área lateral: $A_L = \pi(8)(12)$, $A_L = 96\pi\ m^2$
- Área total: $A_T = \pi(8)[12+8] \Rightarrow A_T = 160\pi\ m^2$

Ejemplo 3

Calcula el área de la superficie y el volumen de una esfera de 6 cm de radio.

Resolviendo:

Datos: r: 6 cm

- Área de la superficie esférica: $S = 4\pi(6)^2$, $S = 144\pi\ cm^2$
- Volumen de la esfera: $V = \dfrac{4\pi(6)^3}{3}$, $V = 288\pi\ cm^3$

Nivel básico

1 El radio de la base y la generatriz de un cilindro de revolución miden 5 y 9 metros, respectivamente. **Calcula** el área lateral, su área total y su volumen.

2 La altura de un cilindro circular recto mide 12 m y su área lateral es igual a $192\pi\ m^2$. **Calcula** su volumen.

3 El radio de base y la altura de un cono de revolución miden 8 y 18 metros, respectivamente. **Calcula** su volumen.

4 El radio de la base y la altura de un cono de revolución miden 3 y 4 metros, respectivamente. **Calcula** su área total.

5 Se tiene una esfera cuyo diámetro mide 24 m. **Calcula** el volumen y el área de su superficie.

8 El desarrollo de un cono circular recto es un semicírculo cuyo diámetro mide 12 m. **Calcula** el área total de dicho cono.

Nivel intermedio

6 El diámetro de la base de un cilindro de revolución mide 16 m y su área total es igual a 320π m^2. **Calcula** su volumen.

9 Las áreas de las superficies de dos esferas tangentes entre sí son de 64π m^2 y 324π m^2. **Calcula** la distancia entre sus centros.

7 El volumen de un cilindro de revolución es de 600π m^3 y su generatriz mide 24 m. **Calcula** el área total.

10 El volumen de una semiesfera es de 288π m^3. **Calcula** el área de su círculo mayor.

Nivel avanzado

11 La altura y el diámetro de la base de un cilindro de revolución tienen igual longitud. **Determina** la relación en que se encuentran el área lateral y el área total.

12 El desarrollo de la superficie lateral de un cilindro de revolución es una región cuadrada cuyo perímetro es de 48 m. **Calcula** el perímetro de la base.

13 Un cono de revolución y un cilindro de revolución tienen la misma base y el mismo volumen. **Determina** la relación en que se encuentran sus alturas.

14 Se funde una esfera metálica cuyo volumen es de 108π cm^3 y se obtienen tres esferas pequeñas de radios iguales. **Calcula** el área de la superficie de una de las tres esferas pequeñas.

Tarea

1 La altura y el radio de la base de un cilindro de revolución miden 12 m y 15 m, respectivamente. **Calcula** el área lateral, el área total y el volumen.

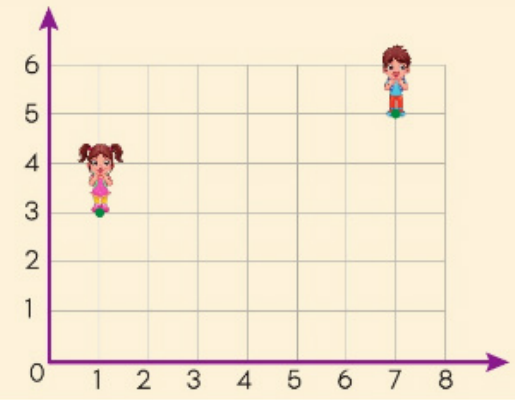
2 El área lateral y el área total de un cilindro circular recto son de 168π m^2 y 240π m^2, respectivamente. **Calcula** su volumen.

3 La altura y el radio de la base de un cono de revolución miden 4 y 3 metros, respectivamente. **Calcula** el área total y el volumen.

4 Se tiene una esfera donde el área del círculo mayor es de 36π m^2. **Calcula** el área de la superficie esférica y su volumen.

Plano cartesiano

Par ordenado



Elena está en un punto de coordenadas (1; 3) mientras que Carlos está en el punto de coordenadas (7; 5). Ellos deciden encontrarse en algún punto de la línea que los separa.

VIDEO DE TEORÍA

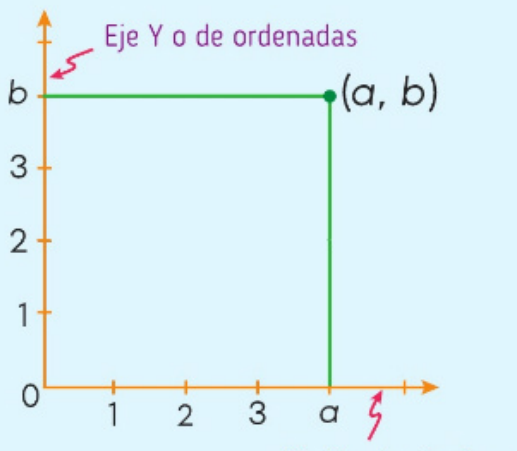
Responde:

Si caminan con la misma rapidez, ¿en qué punto se encontrarán?

El plano cartesiano es el plano determinado por dos rectas numéricas que se cortan perpendicularmente en un punto denominado origen de coordenadas.

Elementos:

- (a, b): Coordenadas del punto.
- a: Primera componente (abscisa).
- b: Segunda componente (ordenada).

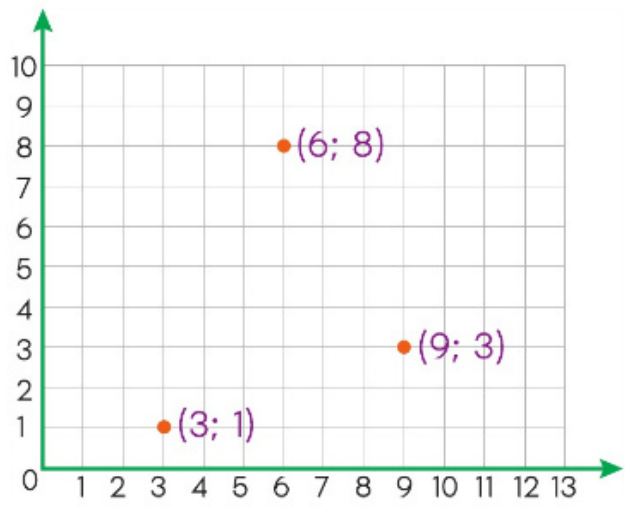


Determinación de un punto en el plano

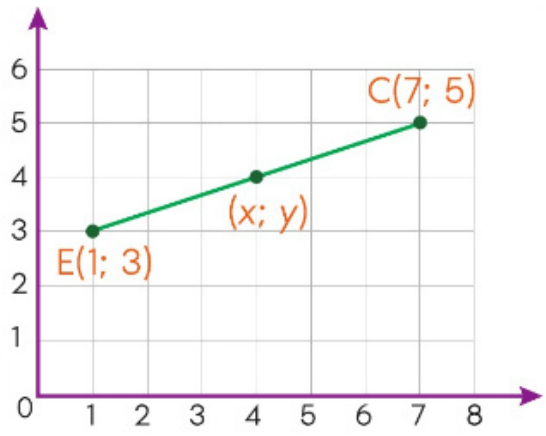
Cualquier punto del plano cartesiano se determina mediante un par ordenado.

La primera componente del par se ubica en el eje X y la segunda, en el eje Y.

En la intersección de la vertical de la abscisa con la horizontal de la ordenada se ubica el punto.



Resolviendo: (Problema introductorio)



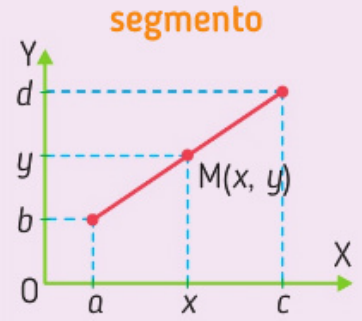
Se van a encontrar en el punto medio de EC:

$$x = \frac{1+7}{2} = 4 \qquad y = \frac{3+5}{2} = 4$$

∴ Se van a encontrar en el punto $(4; 4)$

Ten en cuenta

Punto medio de un segmento



Coordenadas del punto medio M.

$$x = \frac{a+c}{2} \qquad y = \frac{b+d}{2}$$

Ejemplo:

Determina las coordenadas del punto medio del segmento cuyos extremos son: A(2; 5) y B(8; 9)

Resolviendo:

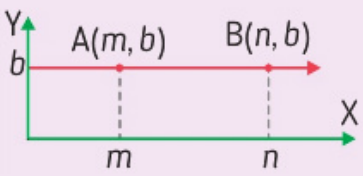
Sea $M(x, y)$ el punto medio del segmento AB.

$$x = \frac{2+8}{2} \Rightarrow x = 5$$

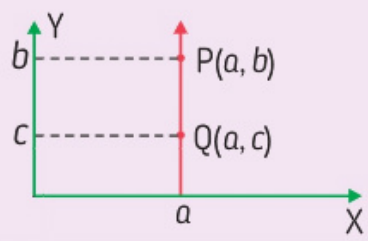
$$y = \frac{5+9}{2} \Rightarrow y = 7$$

Luego: M(5; 7)

Recta horizontal



Recta vertical

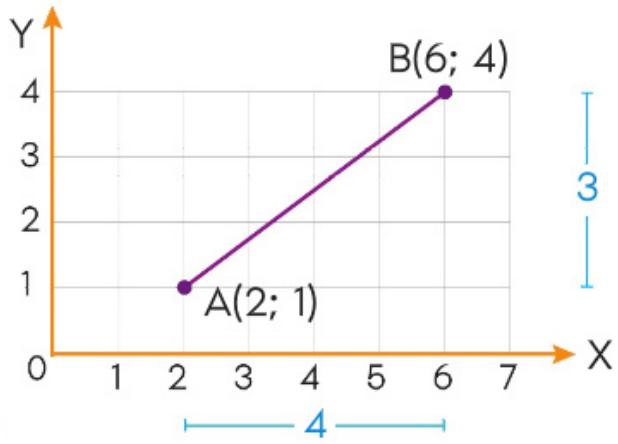


Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Ejemplo 1

Calcula la longitud de un segmento cuyos extremos se ubican en los puntos A(2;1) y B(6; 4).

Resolviendo:



T. de Pitágoras:

$AB^2 = 3^2 + 4^2$

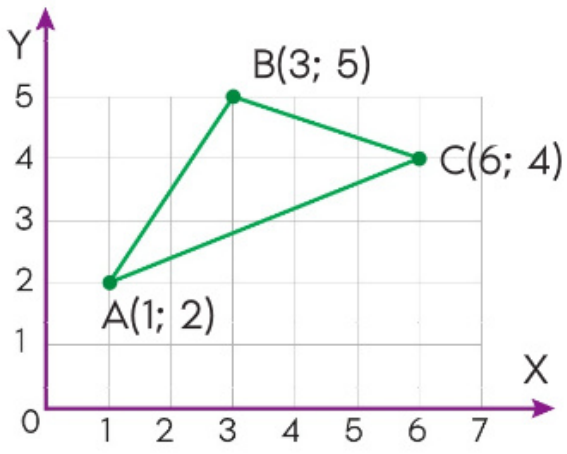
$AB^2 = 25$

$AB = 5$

Ejemplo 2

En el sistema de coordenadas, **ubica** los puntos A(1; 2), B(3; 5) y C(6; 4). Además traza la figura que determinan.

Resolviendo:

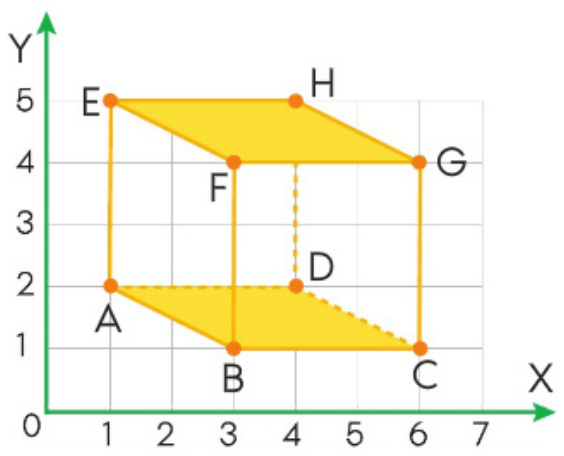


Ejemplo 3

Indica las coordenadas de los puntos ubicados en la figura.

Resolviendo:

A(1; 2), F(3; 4),
B(3; 1), G(6; 4),
C(6; 1), H(4; 5),
D(4; 2),
E(1; 5),



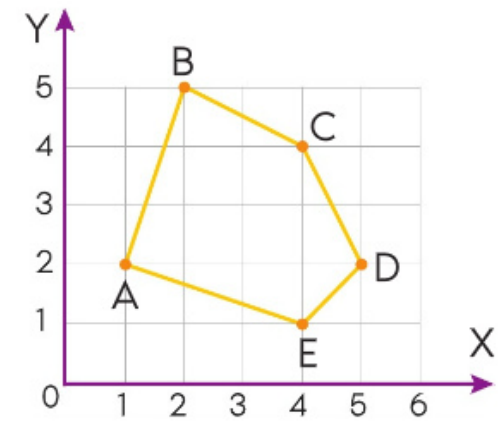
Nivel básico

1 En el plano cartesiano, **ubica** los puntos P(2;3), Q(3;6), R(9; 7) y S(10; 4). Además traza el cuadrilátero PQRS.

2 ¿Cuál es la distancia entre el punto (3; 0) y el punto (3; 8)?

3 **Calcula** la distancia entre los puntos (1; 5) y el punto (7; 5).

4 De la figura mostrada, **determina** las coordenadas de los puntos.



5 Los puntos (8; 2) y (2; 8) son los vértices opuestos de un cuadrado. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

Nivel intermedio

6 ¿Cuál de los siguientes puntos no pertenece a la recta que pasa por los puntos (3; 6) y (5; 6)?

A) (6; 3) B) (0; 6) C(6; 6)

7 Uno de los extremos de un segmento horizontal se encuentra en la recta que pasa por los puntos (2; 1) y (2; 5) y el otro extremo está en el punto (6; 4). ¿Cuál es la longitud del segmento?

8 La recta L pasa por el punto (4; 2) y el punto medio del segmento de extremos (9; 3) y (3; 7).

Entonces, la recta es _____

al segmento.

9 (3; 3), (8; 3) y (9; 7) son tres vértices consecutivos de un paralelogramo. **Determina** las coordenadas del centro y el cuarto vértice del paralelogramo.

10 M es el punto medio del segmento cuyos extremos son los puntos A(1; 3) y B(5; 5). **Calcula** la distancia de M al origen de coordenadas.

GENIOMATIC

Nivel avanzado

11 Los puntos P(4; $x + 1$) y Q(11; $3x - 5$) pertenecen a una recta horizontal. **Calcula** el valor de x.

12 La recta L pasa por los puntos (2; 3) y (6; 4) y la recta M, por los puntos (2; 6) y (6; 5). Las rectas L y M son:

A) Paralelas C) Perpendiculares

B) Secantes

13 La recta A pasa por los puntos (2; 5) y (5; 7) y la recta M, por los puntos (4; 2) y (10; 6). Las recta A y B son:

A) Paralelas C) Perpendiculares

B) Secantes

14 **Calcula** el área de la región triangular cuyos vértices son (2; 3), (4; 7) y (9; 3).

Tarea

1 **Representa** gráficamente el pentágono cuyos vértices son A(2; 3), B(3; 5), C(5; 8), D(7;5) y E(4; 2).

2 **Calcula** la distancia del punto E(7; 11) al segmento cuyos extremos son A(3; 5) y B(11; 5)

3 A(3; 4) y B(3; 11) son dos vértices consecutivos del cuadrado ABCD. **Calcula** la longitud de la diagonal.

4 **Calcula** la distancia del punto (7; 6) al punto medio del segmento de extremos (6; 0) y (2; 4).

Plano cartesiano

Transformaciones rígidas

Manuel se mira al espejo y cuando levanta la mano derecha su imagen levanta la mano izquierda y viceversa. Le llama la atención por qué el espejo le cambia derecha por izquierda y no la cabeza con los pies.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Qué explicación le darías a Manuel? _____

_____

Una transformación rígida es el cambio de posición o tamaño de una figura conservando su forma original.

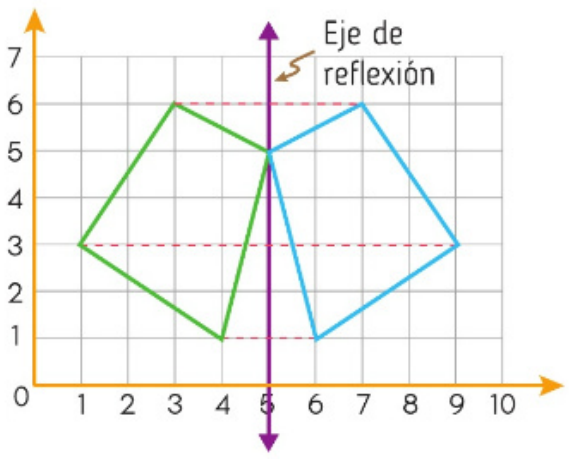
Se conocen varios tipos de transformaciones como: traslación, reflexión, rotación, homotecia, etc.

1.- Traslación

Dada una figura y un segmento dirigido o **vector**, con longitud, dirección y sentido conocidos, la traslación consiste en trasladar todos los puntos de la figura en la dirección, sentido y distancia definidos por el vector.

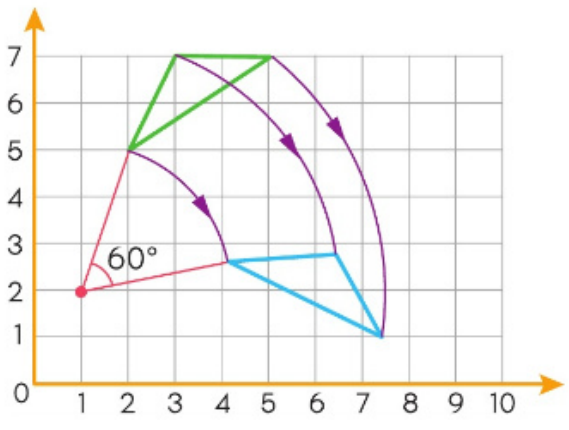
2.- Reflexión

Dada una figura y una recta contenidas en el mismo plano, la reflexión consiste en reflejar cada punto de la figura a otro punto ubicado a igual distancia respecto a la recta denominada **eje de reflexión.**



3.- Rotación

Dada una figura, un punto y un ángulo, contenidos en el mismo plano, la rotación consiste en girar cada punto de la figura un ángulo dado respecto al punto denominado **centro de rotación.**



Resolviendo: (Problema introductorio)

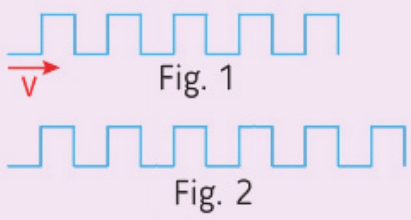
El ser humano tiene simetría axial respecto a un eje vertical y el reflejo de la mano derecha tiene la apariencia de la izquierda.

Ten en cuenta

SIMETRÍA

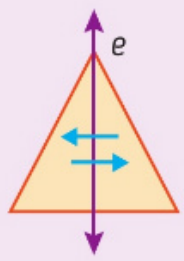
1. Simetría de traslación

Al trasladar la figura 1 según el vector v se observa que coincide con ella misma. Se dice que la figura tiene simetría de traslación.



2. Simetría axial, bilateral o de reflexión

Se dice que una figura tiene simetría de reflexión respecto a un eje, si al reflejarla respecto a él, coincide con ella misma.



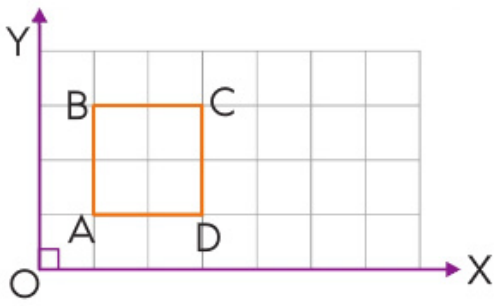
3. Simetría de rotación

Si a esta figura le aplicamos una rotación de 72°, comprobaremos que coincide con ella misma, por lo que se dice que tiene una simetría de rotación de 72° respecto a su centro.

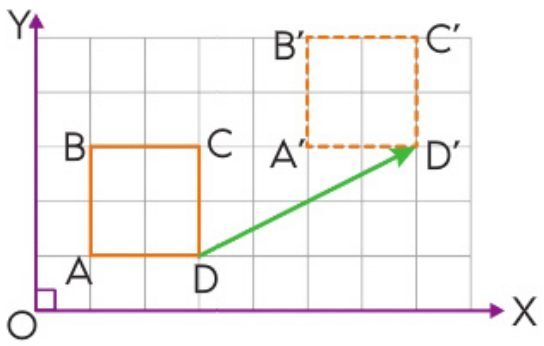
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

Ejemplo 1

Efectúa la traslación de la figura mostrada según el vector (4; 2).

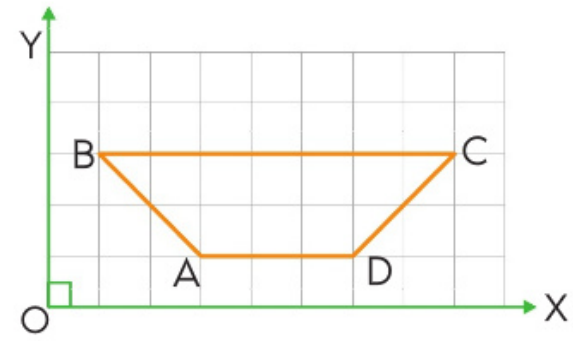


Resolviendo:

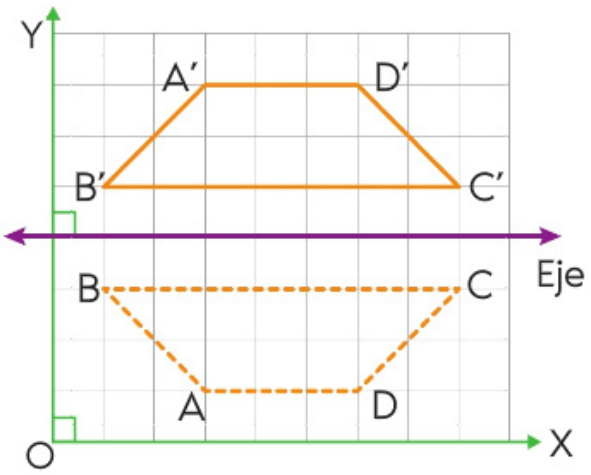


Ejemplo 2

Efectúa la reflexión de la figura mostrada respecto a la recta horizontal que pasa por (0; 4).

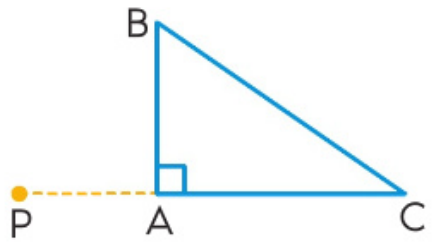


Resolviendo:

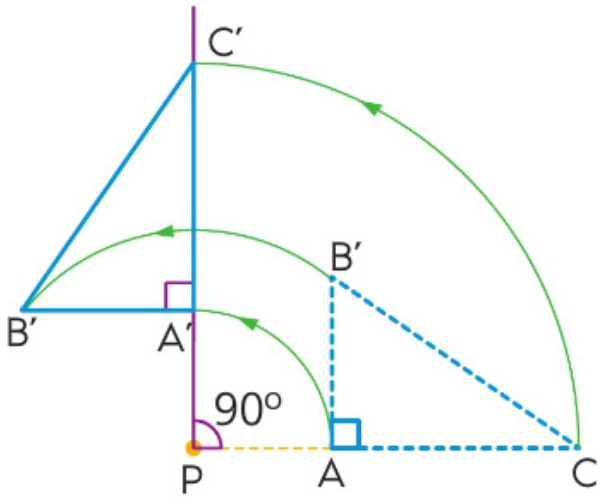


Ejemplo 3

Gira el triángulo 90° en sentido antihorario respecto al punto P.

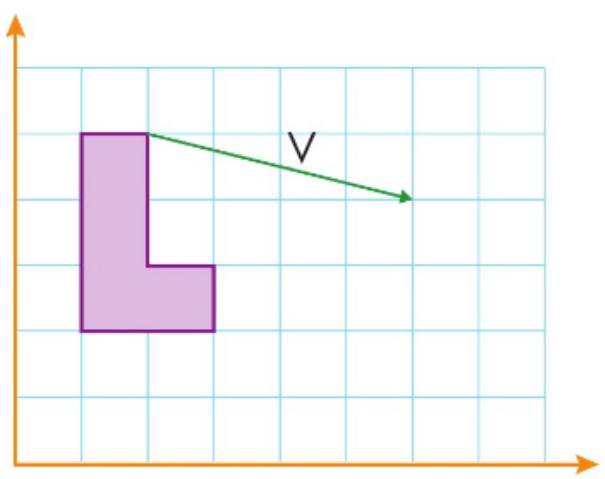


Resolviendo:

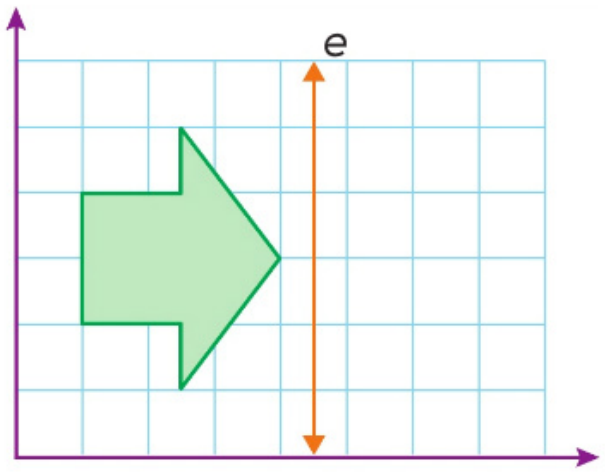


Nivel básico

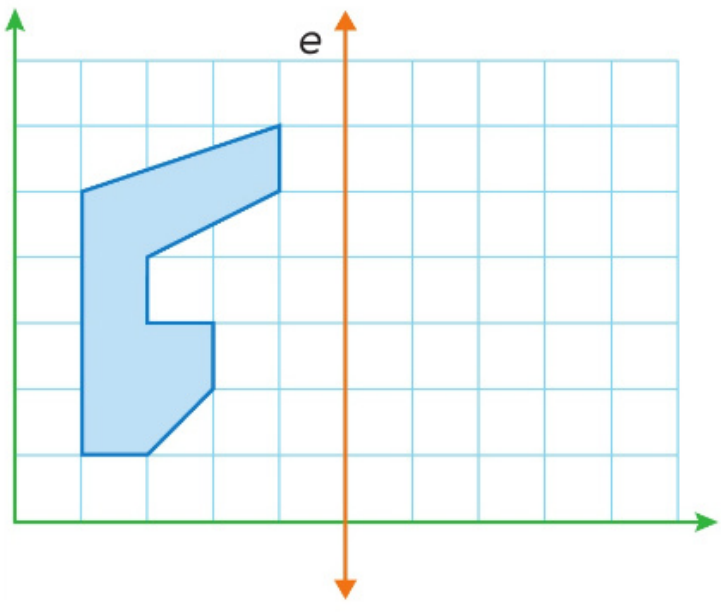
1 **Efectúa** la traslación de la figura según el vector V.



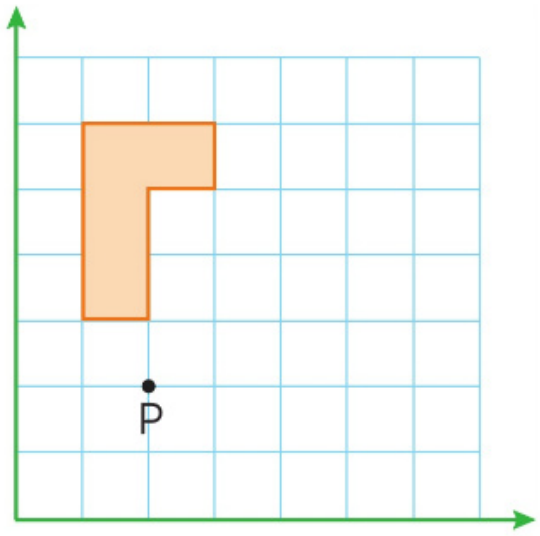
2 **Refleja** la figura respecto al eje e.



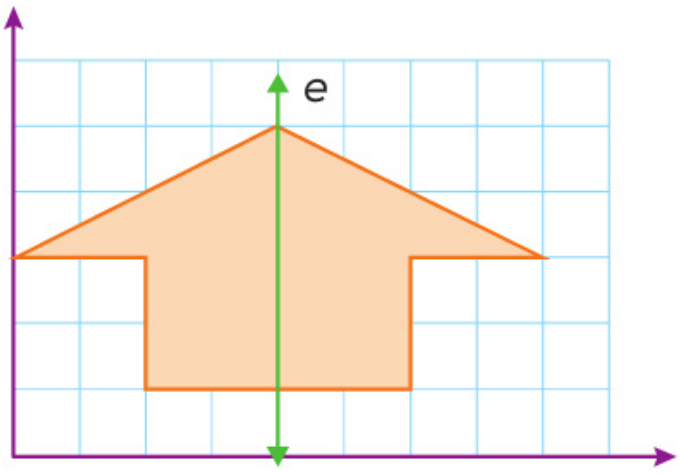
3 **Efectúa** la reflexión de la figura respecto al eje e.



4 **Aplica** a la figura un giro de 90° en sentido horario respecto al punto P.

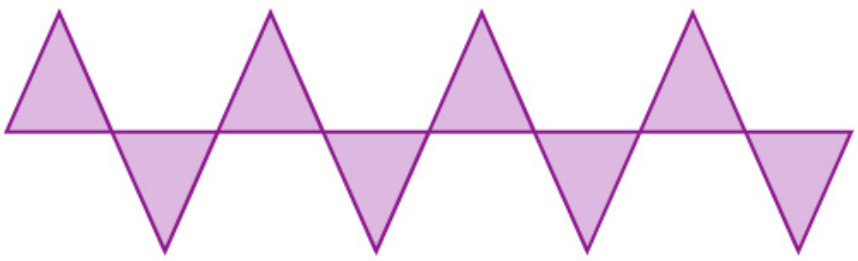


5 **Refleja** esta figura respecto al eje e. ¿Cuál es tu conclusión?



Nivel intermedio

6 ¿Qué tipo de simetría tiene la figura?



7 La figura es un cuadrado. **Dibuja** todos los ejes de simetría axial.

8 ¿Cuál de las siguientes figuras tiene solo simetría de rotación?

A) B) C)

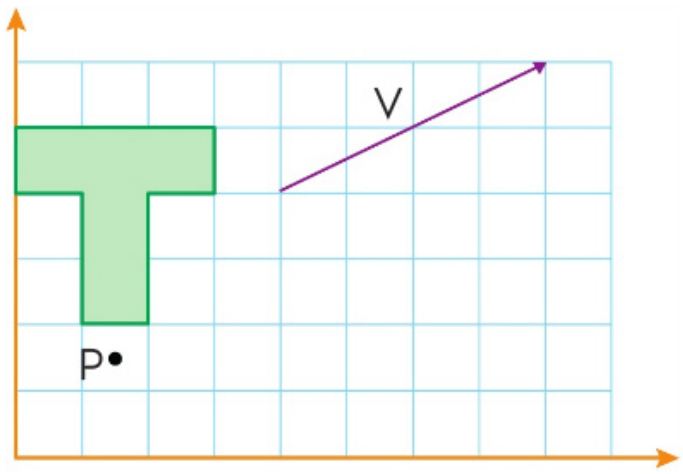
9 ¿Cuántos ejes de simetría axial tiene un triángulo equilátero?

10 ¿Qué tipo de simetrías tiene esta figura?

GENIOMATIC

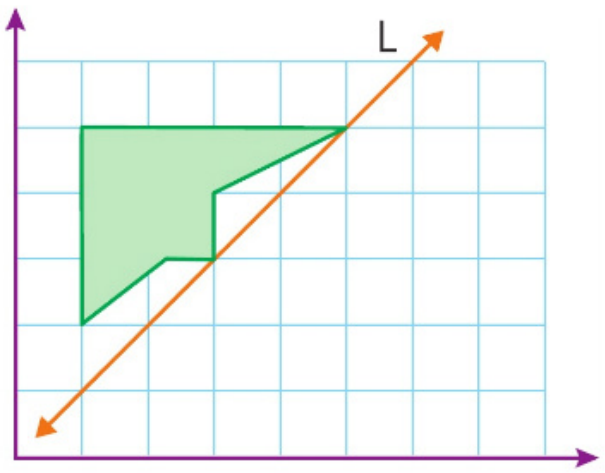
Nivel avanzado

11 **Rota** la figura 90° en sentido horario respecto al punto P, luego realiza una traslación según el vector V.

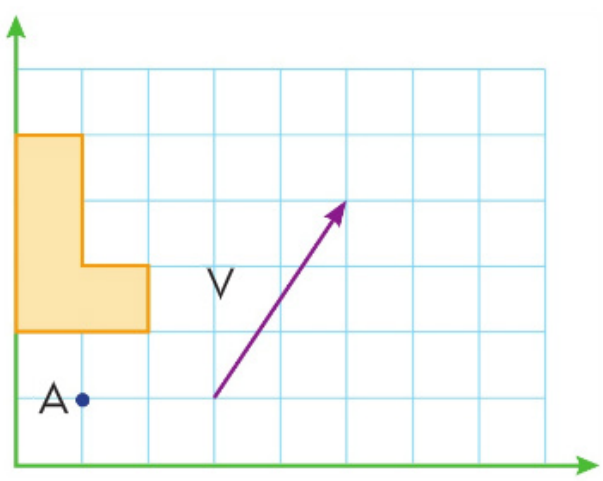


12 ¿Cuántos ejes de simetría axial tiene esta fotografía?

13 **Refleja** la figura respecto a la recta L.

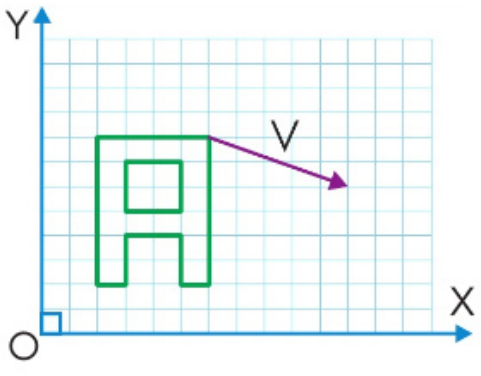


14 **Gira** la figura 90° respecto al punto A y trasládala según el vector V.

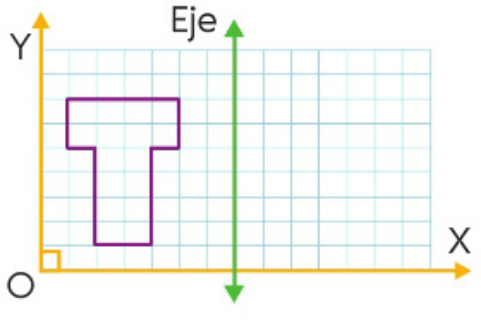


Tarea

1 **Efectúa** la traslación de la figura mostrada según el vector V.

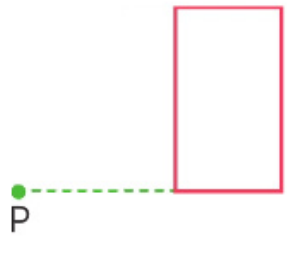


2 **Efectúa** la reflexión de la figura mostrada.



3 **Representa** gráficamente el triángulo que resulta al trasladar el triángulo de vértices A(3; 3), B(4; 7) y C(7;5), según el vector (7; 3).

4 **Gira** 135° en sentido antihorario respecto al punto P.



Reforzando - Unidad 8

Olimpiadas nacionales e internacionales

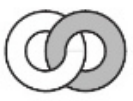
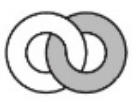
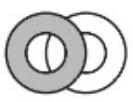
1 ¿Cuál de las piezas mostradas se puede poner encima de la que aparece a la derecha, de manera que encaje perfectamente?

A)
B)
C)
D)
E)

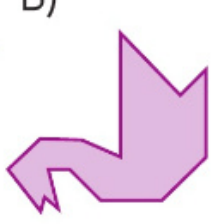
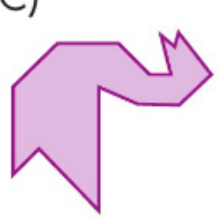
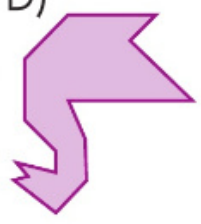
2 ¿Cuál de estos animales no tiene simetría axial?

A)
B)
C)
D)

3 En la figura se muestran un anillo gris entrelazado con uno blanco. Pedro los ve tal como se muestra en la figura. ¿Cómo los ve Pablo desde el otro lado?

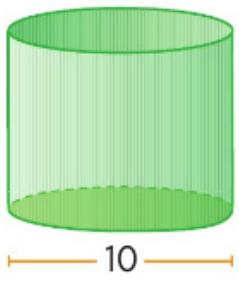
A)
B)
C) 
D) 
E) 

4 ¿Cuál es la figura que resulta de rotar la de la derecha 90° en sentido horario?

A)
B) 
C) 
D) 

5 Halla la altura del cilindro mostrado, si su área lateral es igual al área de su base.

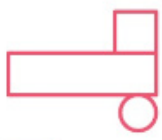
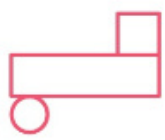
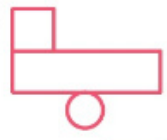
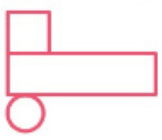
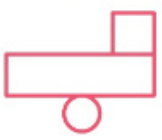
A) 3,5
B) 5
C) 2,5
D) 10



6 La longitud de la circunferencia máxima de una esfera mide 18π cm. Calcula el volumen de la esfera.

A) 978π cm^3
B) 972π cm^3
C) 1458π cm^3
D) 879π cm^3

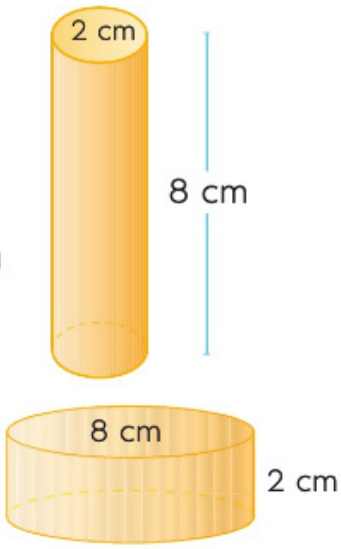
7 ¿Cómo se ve, desde arriba, el contorno de los tres objetos puestos sobre la mesa?

A) 
B) 
C) 
D) 
E) 

8 Respecto a los cilindros:

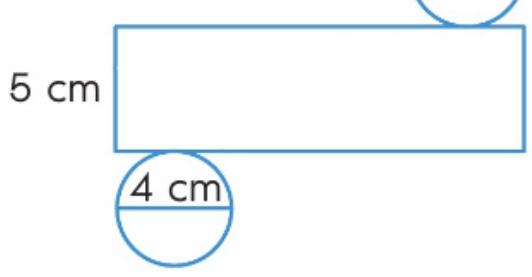
I. Tienen igual volumen.
II. Tienen igual área.
III. Tienen área y volumen diferentes.

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) I y III



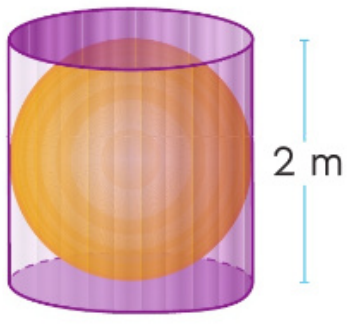
9 La figura muestra el desarrollo de un cilindro. Su volumen es:

A) 10π cm^3
B) 20π cm^3
C) 25π cm^3
D) 30π cm^3



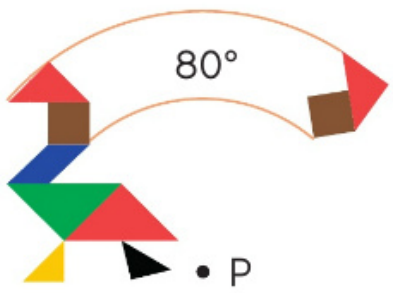
10 ¿Cuál es la relación entre el volumen del cilindro y el de la esfera?

A) 2:1
B) 3:2
C) 4:3
D) 5:4

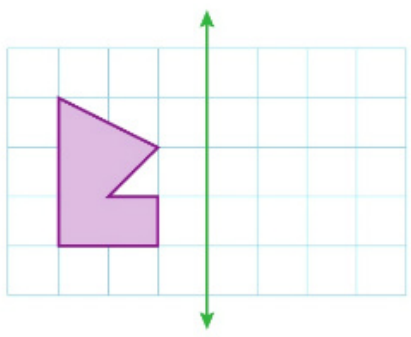


11 Refleja la figura respecto a los dos espejos.

12 Completa la rotación de 80° respecto al punto P.



13 En la siguiente rejilla, la recta vertical representa un espejo. Dibuja la imagen de la figura generada en el espejo.



14 Escribe en cada parentésis, "V" si es verdadero o "F" si es falso, según sea el caso:

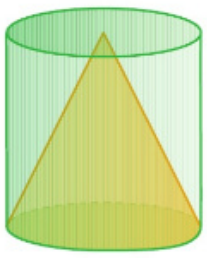
a) El cono, la esfera y el cilindro tienen superficies curvas. ( )

b) Los elementos de un cilindro son: el radio, la altura y la generatriz. ( )

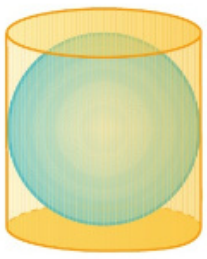
c) El rectángulo es el polígono que genera el cono de revolución. ( )

d) Una semicircunferencia genera al rotar sobre su diámetro, un cilindro. ( )

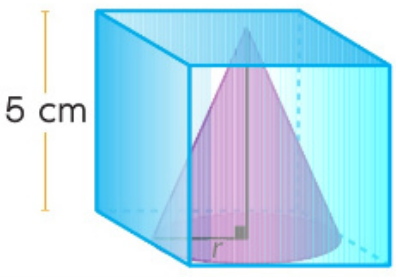
15 ¿En qué relación se encuentran el volumen del cono y el del cilindro?



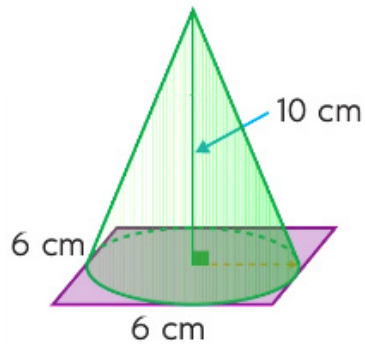
16 Calcula la relación del volumen del cilindro y el de la esfera.



17 De la siguiente figura, deduce los datos necesarios para hallar el volumen del cono. (Considera: $\pi = 3,14$)



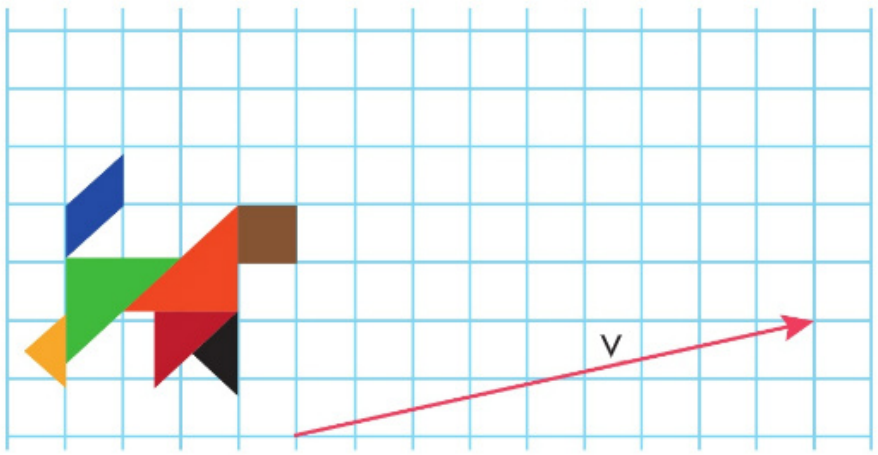
18 Calcula el volumen del cono de helado que se encuentra sobre una servilleta de 6 cm de lado.



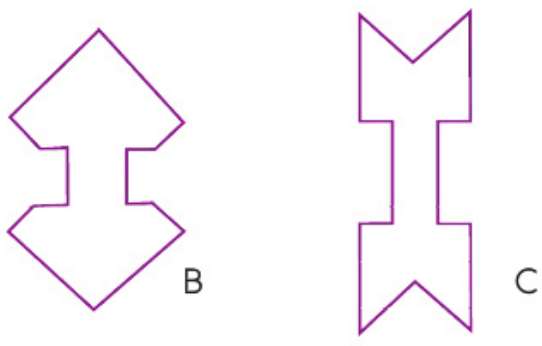
19 Halla el área de un cono de revolución cuya generatriz mide 15 cm y cuya base tiene 9 cm de radio. Ilustra tu respuesta. (Considera: $\pi = 3,14$).

20 A una pelota situada en el punto A se le da un golpe, tal que después de rebotar en el muro XY pasa por B. Si el dibujo está hecho a escala 1:1000. ¿A cuántos metros de Y impacta la pelota?

21 En la malla, haz una traslación de la imagen según el vector v.

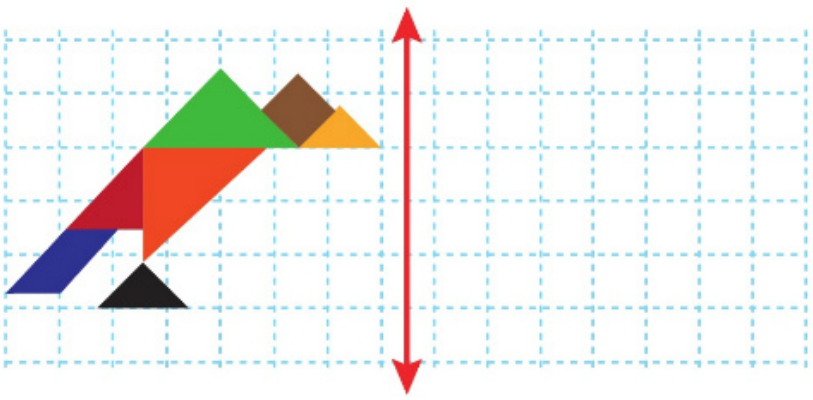


22 En un vértice de la figura A se ha colocado un espejo para obtener la figura B, y en otro vértice para obtener la figura C. ¿Cuáles son esos vértices?

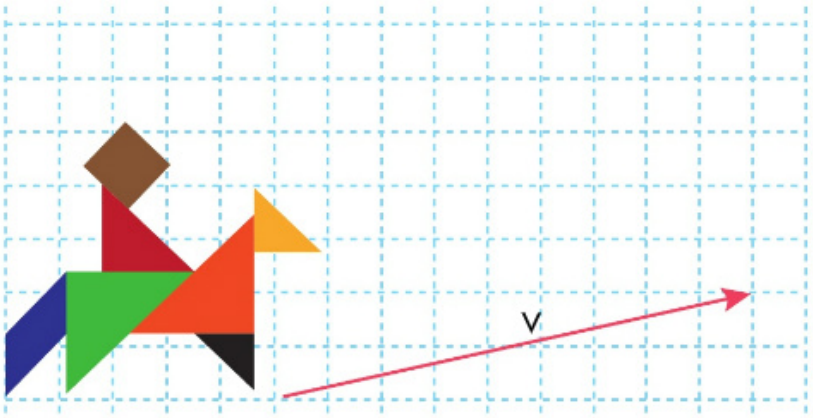


Autoevaluación

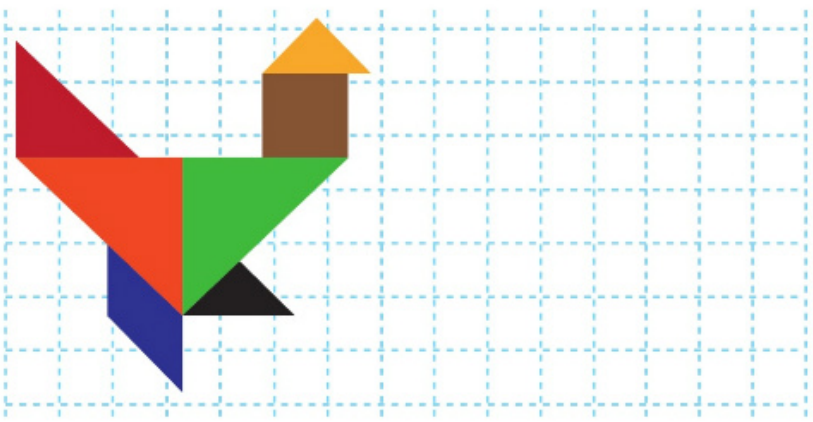
1 Haz una reflexión de la figura según la recta vertical.



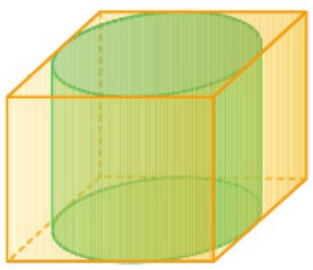
2 Haz una traslación de la figura según el vector v.



3 Rota la figura 90° en sentido horario.



4 Si el volumen del cubo es 216 cm^3, determina:



a) El área del cubo.
b) El volumen del cilindro.
c) El área lateral del cilindro.

5 La parte cónica de esta tolva de finos de una planta metalúrgica se llena de mineral. ¿Cuántas toneladas de mineral entra, si el diámetro mide 4 m y la altura, 3 m? Considera que 1 m^3 de mineral pesa 3 toneladas y $\pi = 3{,}14$.

6 Un camión que transporta gas licuado posee un depósito esférico de 1,2 m de radio. ¿Cuál es el volumen de dicho depósito? ($\pi = 3{,}14$).

7 En la refinería de petróleo de Conchán se utilizan depósitos cilíndricos para almacenar petróleo. Uno de ellos tiene 20 m de diámetro y una altura de 25 m. Cuando está lleno el depósito, ¿qué cantidad de petróleo contiene? ($\pi = 3{,}14$).

Descarga una aplicación para escanear códigos QR en la tienda de tu Smartphone para ver las lecciones de este libro en video.

GENIO MATIC
INFORMES Y PEDIDOS
Jr. Flosferri 616 - Lima 36
(01) 767 0437
912 841 287
geniomaticeirl@gmail.com

Edición Digital
2021